



BERUFSKOLLEG
Berufliches Gymnasium

**Zentrale Abiturprüfung 2013
Nachschreibtermin
24.05.2013**

**Weiterer Leistungskurs
Mathematik
(ohne CAS)**

Fachbereich Technik

Unterlagen für die Schülerinnen und Schüler

Aufgabenstellung

Aufgabe 1

In der Elektronikentwicklung werden geregelte Temperaturofen eingesetzt, um die Funktion von elektronischen Bauteilen auch bei erhöhter Temperatur zu testen.

Bei diesen Öfen kann die gewünschte Endtemperatur eingestellt werden. Die Temperatur wird dabei nicht über einen monotonen Anstieg erreicht sondern pendelt sich ein.

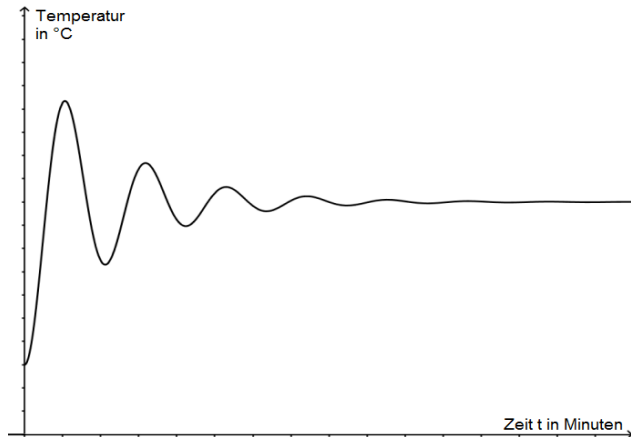


Abbildung 1: idealisiertes Einschwingverhalten der Ofentemperatur

Ist ein sehr schnelles Erreichen der Zieltemperatur gewünscht, zeigt der Temperaturverlauf nach dem Starten ($t_1 = 0$) des Ofens das dargestellte typische Verhalten. Nach einigen abklingenden Über- bzw. Unterschwingern erreicht die Temperatur schließlich den gewünschten Wert. Reicht ein langsames Erreichen der Zieltemperatur, so nimmt die Anzahl der Schwingungen ab.

Bei einer Messung an einem Temperaturofen wird Folgendes festgestellt:

- Der Startwert der Temperatur zum Einschaltzeitpunkt beträgt 20°C , der Temperaturanstieg zu diesem Zeitpunkt ist Null,
- der erste Maximalwert der Temperatur wird nach $t_2 = 10$ Minuten mit 80°C erreicht,
- nach $t_3 = 20$ Minuten ist die Temperatur wieder auf 60°C abgesunken.

Für eine erste Modellierung soll der Beginn der Messung durch eine ganzrationale Funktion 4. Grades beschrieben werden.

- 1.1 Stellen Sie aus den gegebenen Informationen ein Lineares Gleichungssystem auf, mit dem sich die ganzrationale Funktion 4. Grades berechnen lässt (nicht lösen!).

8 Punkte

Benutzen Sie im Folgenden diese Funktion zur Modellierung des Temperaturverlaufs:

$$f(t) = \frac{7}{1000}t^4 - \frac{26}{100}t^3 + \frac{5}{2}t^2 + 20, \quad t \in [0; \infty[\quad t \text{ in Minuten, } f(t) \text{ in } ^\circ\text{C}$$

- 1.2 Erklären Sie mit wenigstens zwei verschiedenen Argumenten, für welchen Zeitraum des Einschwingverhaltens die Modellbildung durch eine ganzrationale Funktion 4. Grades höchstens geeignet ist.

4 Punkte

- 1.3 Im Prüflabor werden Prüfstücke routinemäßig nach dem ersten Ausschalten der Heizspiralen in den Ofen gelegt und beim Wiederanspringen der Heizspiralen herausgenommen. Nach der Prüfvorschrift sollen sie mindestens 7 Minuten bei einer Umgebungstemperatur von durchschnittlich mehr als 65 °C gelagert werden.

Ermitteln Sie mit der Funktion f die Durchschnittstemperatur im Ofen zwischen dem ersten Maximalwert und dem darauf folgenden Minimalwert und prüfen Sie, ob die Anforderungen der Prüfvorschrift erfüllt werden.

Hinweis: Für den Mittelwert einer Funktion f gilt: $\bar{f}_{[a;b]} = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(t) dt$

9 Punkte

- 1.4 Ermitteln Sie mit der Funktion f den Zeitpunkt, in dem die Temperaturänderungsrate während der ersten Anstiegsphase maximal ist. Geben Sie die Temperatur und die Temperaturänderungsrate in diesem Zeitpunkt an.

6 Punkte

Eine weitere Modellierung des Einschwingverhaltens soll durch folgende Funktion beschrieben werden:

$$g_k(t) = -80 \cdot e^{-0,2 \cdot k \cdot t} \cdot \sin\left(0,2t + \frac{\pi}{2}\right) + 102,5 \quad , t \geq 0, \quad k \in]0;1[$$

wobei $g_k(t)$ die Temperatur in °C und t die Zeit in Minuten angibt.

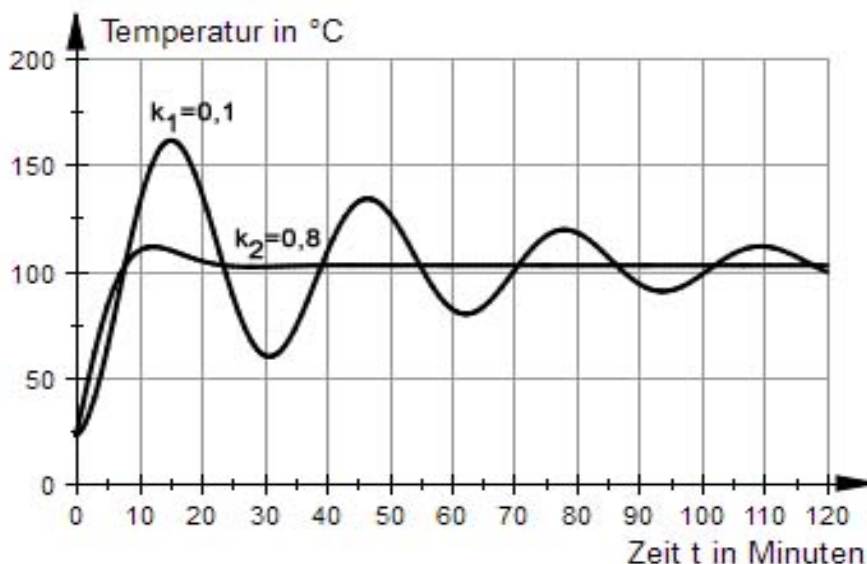


Abb. 2



- 1.5 Beschreiben Sie anhand der Abb. 2 das unterschiedliche Einschwingverhalten für $k_1 = 0,1$ und $k_2 = 0,8$.

4 Punkte

- 1.6 Ermitteln Sie mit der Funktion $g_k(t)$ die Temperatur beim Einschalten des Ofens und die langfristige Endtemperatur.

5 Punkte

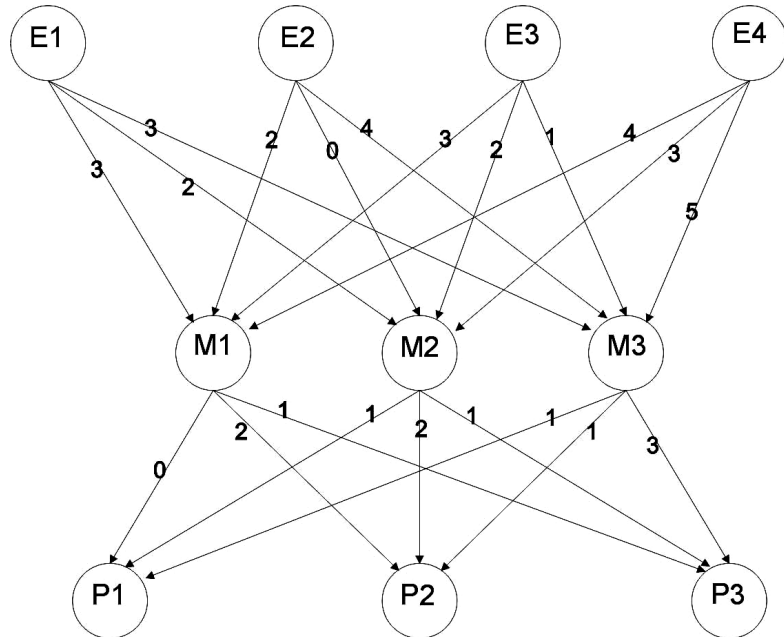
- 1.7 Zeigen Sie, dass der Zeitpunkt des ersten Extremums zwar abhängig von k ist, der zeitliche Abstand zwischen dem ersten Maximalwert und dem folgenden Minimalwert jedoch unabhängig von der Wahl von k immer ungefähr 15,7 Minuten beträgt.

9 Punkte

Aufgabe 1 gesamt: 45 Punkte

Aufgabe 2

In einem Elektronikkonzern werden Mikroprozessoren aus verschiedenen Einzelteilen hergestellt. Ein Produktionsschritt stellt zunächst aus vier Einzelteilen E1, E2, E3 und E4 die Mikroprozessoren M1, M2 und M3 her. In einem zweiten Schritt werden aus diesen die Platinen der Typen P1 bis P3 produziert.



Die Grafik (ein Materialverflechtungsdiagramm) zeigt, wie viele Mengeneinheiten der Einzelteile für die Fertigung der Mikroprozessoren (in Stück) benötigt werden und aus wie vielen Mikroprozessoren die drei Plinentypen bestehen.

- 2.1 Berechnen Sie, wie viele der vier Einzelteile jeweils für die Herstellung des Plinentyps P2 notwendig sind.

4 Punkte

- 2.2 Erstellen Sie mithilfe einer geeigneten Matrizenmultiplikation eine Tabelle, aus der ersichtlich wird, wie viele Mengeneinheiten der jeweiligen Einzelteile man für die Herstellung der drei verschiedenen Plinentypen benötigt, und berechnen Sie den Bedarf an Einzelteilen E1 bis E4 für eine Produktion von 7 Platinen des Typs P1, 8 Platinen des Typs P2 und 4 des Typs P3.

8 Punkte

Wegen eines Systemausfalls in der EDV-Anlage kann die Tagesproduktion an Platinen P1, P2 und P3 nur über den Materialverbrauch an Mikroprozessoren errechnet werden.

- 2.3 Entwickeln Sie ein Verfahren, mit dem aus einem beliebigen Verbrauch an Mikroprozessoren die daraus resultierende Produktionsmenge an Platinen ermittelt werden kann und wenden Sie Ihr Verfahren auf den Tagesverbrauch von 55 Mikroprozessoren M1, 66 Mikroprozessoren M2 und 76 Mikroprozessoren M3 an.

10 Punkte



Die Produktion des Platinentyps P1 ist vollständig automatisiert. Durch ein optisches Verfahren wird überprüft, ob die Platine korrekt bestückt wurde. Ein Roboter greift die fertige Platine am Haltepunkt H und hält sie vor eine Kamera. Die Kamera macht von dem Baustein eine Aufnahme. Dann dreht der Roboter das Bauteil um 45° um den Haltepunkt H gegen den Uhrzeigersinn und es wird eine zweite Aufnahme gemacht.

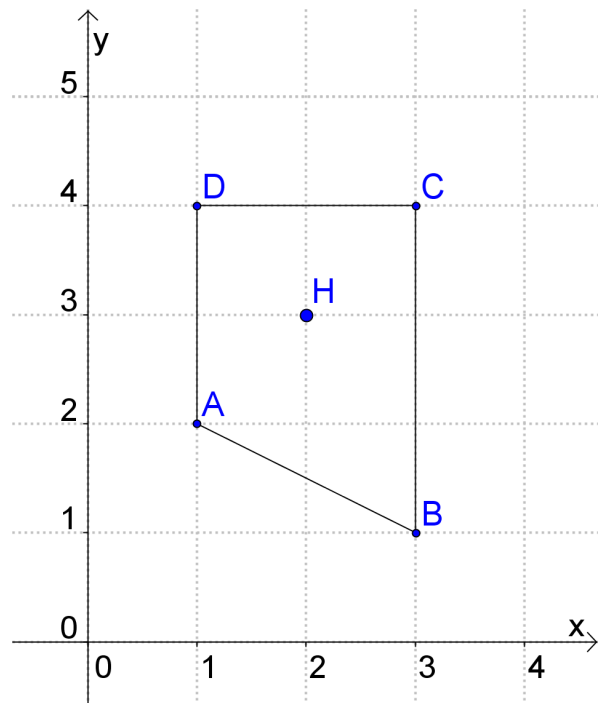
- 2.4 Bestätigen Sie, dass die Matrix M eine Drehung um 45° gegen den Uhrzeigersinn um den Ursprung beschreibt.

$$M = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} \sqrt{2} & -\sqrt{2} \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} \end{pmatrix}$$

5 Punkte

- 2.5 Die Grafik zeigt die Position von P1 vor der Kamera zum Zeitpunkt der ersten Aufnahme mit den Eckpunkten A, B, C, D und dem Haltepunkt H.

Leiten Sie die Eckpunktkoordinaten des Bausteins nach der 45° -Drehung um den Haltepunkt H her.



10 Punkte

- 2.6 Die Kameraaufnahmen werden unmittelbar ausgewertet. Falsch bestückte Platinen werden vom Roboter an der Position K (x_p | y_p) in der ursprünglichen Orientierung abgelegt.

Zeigen Sie, dass die Abbildungsvorschrift für die Bewegung der Platine nach der zweiten Aufnahme zum Ablagepunkt K durch

$$\vec{x}' = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ -\sqrt{2} & \sqrt{2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x-2 \\ y-3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_p \\ y_p \end{pmatrix}$$

gegeben ist.

8 Punkte

Aufgabe 2 gesamt: 45 Punkte

Aufgabe 3

In einem mittelständischen Betrieb werden Endschalldämpfer für Motorräder gefertigt. Bei der Produktion kommt es auf die Präzision der Bauteile und auf die Einhaltung des Grenzwertes für den Geräuschpegel von 90 dB(A) an.



- 3.1 Bei der Überprüfung des Geräuschpegels wurden eine große Anzahl Schalldämpfer überprüft. Dabei wurden die folgenden Anteile ermittelt.

Lautstärke in dB (A)	87	88	89	90	91	92
Anteil	0,01	0,02	0,59	0,36	0,01	0,01

Berechnen Sie den Erwartungswert und die Standardabweichung des Geräuschpegels und bewerten Sie damit die Produktion.

6 Punkte

- 3.2 Die Zufallsgröße „Geräuschpegel eines zufällig ausgewählten Endschalldämpfers aus der Produktion“ ist als normalverteilt anzusehen. Der Hersteller behauptet, dass 90 % aller Endschalldämpfer eine Lautstärke von weniger als 90 dB(A) aufweisen.

Beurteilen Sie diese Aussage unter Verwendung von $\mu = 89,37$ und $\sigma = 0,64$ (jeweils in dB(A)).

5 Punkte

Gehen Sie im Folgenden davon aus, dass die Wahrscheinlichkeit eines Endschalldämpfers, den Geräuschgrenzwert von 90 dB(A) einzuhalten, 0,9 beträgt. Durch einen Test sollen die Schalldämpfer, die den Grenzwert nicht einhalten, aussortiert werden.

Dieser Test ist zu 96 % sicher, d. h., dass 96 % der Schalldämpfer, die den Grenzwert nicht einhalten, durch den Test aussortiert werden.

Lediglich 1 % der Schalldämpfer, die den Grenzwert einhalten, werden irrtümlich durch den Test aussortiert.

- 3.3 Stellen Sie den Sachverhalt in einem Baumdiagramm oder in einer Vierfeldertafel dar und ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein aussortierter Schalldämpfer den Grenzwert einhält.

11 Punkte



- 3.4 Zur Verminderung des irrtümlichen Ausschusses soll die Wahrscheinlichkeit, dass ein aussortierter Endschalldämpfer den Grenzwert einhält, höchstens 0,02 betragen. Dazu soll die Wahrscheinlichkeit, dass ein Schalldämpfer, der trotz Einhaltung des Grenzwertes aussortiert wird, verändert werden.
Leiten Sie die dazu erforderliche Ungleichung her und lösen Sie diese.

9 Punkte

Ein weiteres Qualitätskriterium für die Produktion ist der Durchmesser des Anschlussstutzens des Endschalldämpfers am Übergang zum Krümmer. Dieser darf sich nur innerhalb einer bestimmten Toleranz befinden. Es gilt $\mu = 78,5$ und $\sigma = 0,65$ (in mm). Der Durchmesser ist als normalverteilt anzusehen.

- 3.5 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig überprüfter Endschalldämpfer einen Durchmesser des Anschlussstutzens zwischen 78,00 mm und 78,34 mm aufweist und
geben Sie das symmetrisch um den Erwartungswert gelegene Intervall an, in dem sich 97 % aller Exemplare befinden.

10 Punkte

- 3.6 Die Qualitätskontrolle kann die Anschlussstutzen mit einer Genauigkeit von zwei Nachkommastellen prüfen. Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass der gemessene Durchmesser des Anschlussstutzens dem Erwartungswert entspricht.
Hinweis: Der Durchmesser ist als stetige Zufallsgröße anzusehen.

4 Punkte

Aufgabe 3 gesamt: 45 Punkte



GAUSSsche Integralfunktion ($\Phi(-z) = 1 - \Phi(z)$)

z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$
0,00	5000	0,40	6554	0,80	7881	1,20	8849	1,60	9452	2,00	9772	2,40	9918	2,80	9974
0,01	5040	0,41	6591	0,81	7910	1,21	8869	1,61	9463	2,01	9778	2,41	9920	2,81	9975
0,02	5080	0,42	6628	0,82	7939	1,22	8888	1,62	9474	2,02	9783	2,42	9922	2,82	9976
0,03	5120	0,43	6664	0,83	7967	1,23	8907	1,63	9484	2,03	9788	2,43	9925	2,83	9977
0,04	5160	0,44	6700	0,84	7995	1,24	8925	1,64	9495	2,04	9793	2,44	9927	2,84	9977
0,05	5199	0,45	6736	0,85	8023	1,25	8944	1,65	9505	2,05	9798	2,45	9929	2,85	9978
0,06	5239	0,46	6772	0,86	8051	1,26	8962	1,66	9515	2,06	9803	2,46	9931	2,86	9979
0,07	5279	0,47	6808	0,87	8078	1,27	8980	1,67	9525	2,07	9808	2,47	9932	2,87	9979
0,08	5319	0,48	6844	0,88	8106	1,28	8997	1,68	9535	2,08	9812	2,48	9934	2,88	9980
0,09	5359	0,49	6879	0,89	8133	1,29	9015	1,69	9545	2,09	9817	2,49	9936	2,89	9981
0,10	5398	0,50	6915	0,90	8159	1,30	9032	1,70	9554	2,10	9821	2,50	9938	2,90	9981
0,11	5438	0,51	6950	0,91	8186	1,31	9049	1,71	9564	2,11	9826	2,51	9940	2,91	9982
0,12	5478	0,52	6985	0,92	8212	1,32	9066	1,72	9573	2,12	9830	2,52	9941	2,92	9982
0,13	5517	0,53	7019	0,93	8238	1,33	9082	1,73	9582	2,13	9834	2,53	9943	2,93	9983
0,14	5557	0,54	7054	0,94	8264	1,34	9099	1,74	9591	2,14	9838	2,54	9945	2,94	9984
0,15	5596	0,55	7088	0,95	8289	1,35	9115	1,75	9599	2,15	9842	2,55	9946	2,95	9984
0,16	5636	0,56	7123	0,96	8315	1,36	9131	1,76	9608	2,16	9846	2,56	9948	2,96	9985
0,17	5675	0,57	7157	0,97	8340	1,37	9147	1,77	9616	2,17	9850	2,57	9949	2,97	9985
0,18	5714	0,58	7190	0,98	8365	1,38	9162	1,78	9625	2,18	9854	2,58	9951	2,98	9986
0,19	5753	0,59	7224	0,99	8389	1,39	9177	1,79	9633	2,19	9857	2,59	9952	2,99	9986
0,20	5793	0,60	7257	1,00	8413	1,40	9192	1,80	9641	2,20	9861	2,60	9953	3,00	9987
0,21	5832	0,61	7291	1,01	8438	1,41	9207	1,81	9649	2,21	9864	2,61	9955	3,01	9987
0,22	5871	0,62	7324	1,02	8461	1,42	9222	1,82	9656	2,22	9868	2,62	9956	3,02	9987
0,23	5910	0,63	7357	1,03	8485	1,43	9236	1,83	9664	2,23	9871	2,63	9957	3,03	9988
0,24	5948	0,64	7389	1,04	8508	1,44	9251	1,84	9671	2,24	9875	2,64	9959	3,04	9988
0,25	5987	0,65	7422	1,05	8531	1,45	9265	1,85	9678	2,25	9878	2,65	9960	3,05	9989
0,26	6026	0,66	7454	1,06	8554	1,46	9279	1,86	9686	2,26	9881	2,66	9961	3,06	9989
0,27	6064	0,67	7486	1,07	8577	1,47	9292	1,87	9693	2,27	9884	2,67	9962	3,07	9989
0,28	6103	0,68	7517	1,08	8599	1,48	9306	1,88	9699	2,28	9887	2,68	9963	3,08	9990
0,29	6141	0,69	7549	1,09	8621	1,49	9319	1,89	9706	2,29	9890	2,69	9964	3,09	9990
0,30	6179	0,70	7580	1,10	8643	1,50	9332	1,90	9713	2,30	9893	2,70	9965	3,10	9990
0,31	6217	0,71	7611	1,11	8665	1,51	9345	1,91	9719	2,31	9896	2,71	9966	3,11	9991
0,32	6255	0,72	7642	1,12	8686	1,52	9357	1,92	9726	2,32	9898	2,72	9967	3,12	9991
0,33	6293	0,73	7673	1,13	8708	1,53	9370	1,93	9732	2,33	9901	2,73	9968	3,13	9991
0,34	6331	0,74	7704	1,14	8729	1,54	9382	1,94	9738	2,34	9904	2,74	9969	3,14	9992
0,35	6368	0,75	7734	1,15	8749	1,55	9394	1,95	9744	2,35	9906	2,75	9970	3,15	9992
0,36	6406	0,76	7764	1,16	8770	1,56	9406	1,96	9750	2,36	9909	2,76	9971	3,16	9992
0,37	6443	0,77	7794	1,17	8790	1,57	9418	1,97	9756	2,37	9911	2,77	9972	3,17	9992
0,38	6480	0,78	7823	1,18	8810	1,58	9429	1,98	9761	2,38	9913	2,78	9973	3,18	9993
0,39	6517	0,79	7852	1,19	8830	1,59	9441	1,99	9767	2,39	9916	2,79	9974	3,19	9993



Materialgrundlage (Quellenangaben, Fundstellen)

Fotos und Abbildungen: eigene Anfertigung

Zugelassene Hilfsmittel

In der Abiturprüfung sind für den Aufgabensatz ohne CAS **zugelassen**:

- Gedruckte Formelsammlungen der Schulbuchverlage, die keine Beispielaufgaben enthalten (Die Formelsammlungen sind vor Ausgabe an die Schülerinnen und Schüler zu überprüfen.)
- Tabellierte kumulierte Binomialverteilung,
- nicht programmierbare wissenschaftliche Taschenrechner

In der Abiturprüfung sind für den Aufgabensatz ohne CAS **nicht** zugelassen:

- Schulinterne eigene Druckwerke, mathematische Fachbücher und mathematische Lexika
- Computeralgebrasysteme
- Taschenrechner, die über eines der folgenden Leistungsmerkmale verfügen:
 - Darstellen von Funktionsgraphen
 - Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen
 - Numerisches Integrieren oder Differenzieren
 - Rechnen mit Matrizen und Vektoren

Punktevergabe und Arbeitszeit

Inhaltliche Leistung (Verstehensleistung)	135 Punkte
Darstellungsleistung	15 Punkte
Gesamtpunktzahl	150 Punkte

Bearbeitungszeit	255 Minuten
------------------	-------------