



BERUFSKOLLEG
Berufliches Gymnasium

Zentrale Abiturprüfung 2013
Haupttermin
16.04.2013

Weiterer Leistungskurs
Mathematik
(ohne CAS)

Fachbereich Technik

Unterlagen für die Lehrkraft



- 1 Aufgabenstellung** (vgl. Unterlagen für die Schülerinnen und Schüler)
- 2 Materialgrundlage** (vgl. Unterlagen für die Schülerinnen und Schüler)
- 3 Zugelassene Hilfsmittel** (vgl. Unterlagen für die Schülerinnen und Schüler)
- 4 Arbeitszeit und Punktevergabe** (vgl. Unterlagen für die Schülerinnen und Schüler)
- 5 Hinweise für die Aufgabenauswahl durch die Lehrkraft / den Prüfling**

Die jeweilige Fachlehrkraft entscheidet unter Aufsicht der Schulleitung am Downloadtag, ob für alle Prüflinge ihres Kurses der Aufgabensatz 1 (ohne CAS) oder der Aufgabensatz 2 (mit CAS) zur Verfügung gestellt wird.

Nach einer Auswahlzeit von drei Zeitstunden teilt die Fachlehrkraft der Schulleitung schriftlich die Entscheidung mit. Diese Entscheidung wird zu den Prüfungsakten genommen. Für die Prüflinge besteht keine Aufgabenauswahl. Sie erhalten keine zusätzliche Auswahlzeit.

6 Aufgabenarten

1	Analysis
2	Lineare Algebra / Analytische Geometrie
3	Stochastik

7 Bezüge zu den Abiturvorgaben 2013

In den drei Aufgaben spiegeln sich die im Punkt 3.1 der „Vorgaben für die Abiturprüfung am Berufskolleg im Jahr 2013“ aufgeführten inhaltlichen Schwerpunkte wieder.



8 Vorgaben für die Bewertung der Schülerleistungen

a) inhaltliche Leistung

	Anforderungen	Punkte maximal (AFB)
1	(Aufgabenstellung)	
1.1	<p>Der Prüfling ...</p> <p>... stellt die Funktionsvorschrift für die Gerade g auf</p> <p>... stellt das Gleichungssystem für die Funktion f auf</p> <p>... löst das Gleichungssystem</p>	<p>3 (I)</p> <p>3 (I)</p> <p>4 (I)</p>
	<p>Ein Koordinatensystem mit dem Ursprung in der Mitte von Teilstück B liefert die Koordinaten A(- 4 1,5), B(0 1,5) und C(4 1,5). Bei Wahl eines anderen Koordinatensystems ändert sich der Lösungsweg entsprechend.</p> <p>Aufstellen der Geradengleichung durch A:</p> <p>Die Steigung $m = -1$ in A lässt sich aus der Abbildung ablesen oder durch einen Punkt $P(-5/2,5)$ mit $m = \frac{\Delta x}{\Delta y}$ berechnen.</p> <p>Einsetzen von A in $g(x)$ liefert $1,5 = - (- 4) + b \Leftrightarrow b = - 2,5$</p> <p>$\Rightarrow g(x) = -x - 2,5 \quad x \in [-5; -4]$</p> <p>Bestimmen der ganzrationalen Funktion vierten Grades, achsensymmetrisch zur f(x)-Achse</p> $f(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^2 + c,$ $f'(x) = 4a \cdot x^3 + 2b \cdot x$ <p>B(0 1,5) ist ein Hochpunkt $\Rightarrow f(0) = a \cdot 0^4 + b \cdot 0^2 + c = 1,5 \Rightarrow c = 1,5$</p> <p>und $f'(0) = 4a \cdot 0^3 + 2b \cdot 0 = 0$ für alle a,b erfüllt. (nicht nützlich)</p> <p>A(- 4 1,5) mit Steigung $m = -1$ (glatter Übergang) liefert:</p> <p>I. $f'(-4) = 4a \cdot (-4)^3 + 2b \cdot (-4) = -256a - 8b = -1$</p> <p>II. $f(-4) = a \cdot (-4)^4 + b \cdot (-4)^2 + c \Rightarrow 256a + 16b + 1,5 = 1,5$</p> <p>Zu lösen ist das Gleichungssystem:</p> <p>I. $- 256a - 8b = -1$</p> <p>II. $256a + 16b = 0$</p>	



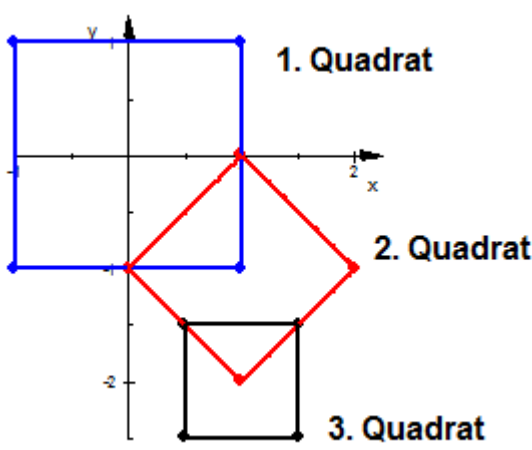
	Anforderungen	Punkte maximal (AFB)
	$\Leftrightarrow \text{II.} + \text{I.} \quad 8b = -1 \Leftrightarrow b = -\frac{1}{8}$ $\Rightarrow \text{II.} \quad 256a + 16\left(-\frac{1}{8}\right) = 0 \Rightarrow 256a = 2 \Rightarrow a = \frac{2}{256} = \frac{1}{128}$ $\Rightarrow f(x) = \frac{1}{128} \cdot x^4 - \frac{1}{8} \cdot x^2 + 1,5 \quad x \in [-4; 4]$	
1.2	... untersucht, ob die Werte der ersten Ableitung beider ...	4 (I)
	<p>Zu berechnen ist die Ableitung von k an der Stelle $x_0 = 4$. Diese muss übereinstimmen mit $f'(4) = 1$ (Argumentation über die Achsensymmetrie der Funktion f mit $f'(-4) = -1$ oder ersatzweise Berechnung)</p> $k(x) = \sqrt{4,5 - (x - 5,5)^2}$ $k'(x) = \frac{-2(x - 5,5)}{2\sqrt{4,5 - (x - 5,5)^2}}$ $k'(4) = \frac{-2(4 - 5,5)}{2\sqrt{4,5 - (4 - 5,5)^2}} = 1$ <p>Die Werte der ersten Ableitung beider Funktionen stimmen also überein.</p>	
1.3	<p>... erkennt die Zerlegung des Gesamtvolumens in Teilvolumina ... führt die Volumenberechnung des Pyramidenstumpfes (Teil T1) aus ... führt die Volumenberechnung der (Teil-)Kugel (Teil T3) aus ... ermittelt den Materialbedarf (incl. Teil T2)</p>	<p>3 (II) 3 (III) 3 (III) 3 (II)</p>
	<p>Bei der Berechnung gibt es mehrere Möglichkeiten eine Formel anzugeben bzw. das Volumen zu bestimmen. Die Teilstücke T1 und T3 lassen sich z.B. als Pyramidenstumpf und als Kugel berechnen:</p> $V_{T1} = \frac{\pi \cdot h}{3} (r_1^2 + r_1 \cdot r_2 + r_2^2) \quad \text{und} \quad V_{T3} = \frac{\pi \cdot h}{6} (3r^2 + 3r_2^2 + h^2)$ <p>oder mittels Integralrechnung:</p> $V_{\text{Gesamt}} = V_{T1} + V_{T2} + V_{T3} - V_{\text{Hohlraum}}$ $V_{\text{Gesamt}} = \pi \int_{-5}^{-4} g(x)^2 dx + V_{T2} + \pi \int_4^{5,5+r} k(x)^2 dx - \pi \cdot (r_{\text{Hohlraum}})^2 \cdot l_{\text{Hohlraum}}$ $V_{T1} = \pi \int_{-5}^{-4} (-x - 2,5)^2 dx = \pi \int_{-5}^{-4} (x^2 + 5x + 2,5^2) dx =$ $\pi \cdot \left[\frac{1}{3} x^3 + 2,5x^2 + 6,25x \right]_{-5}^{-4} = \pi \frac{49}{12} \approx 12,83$ <p>Aus der Kreisgleichung ist zunächst über die Nullstelle die obere</p>	



	Anforderungen	Punkte maximal (AFB)
	<p>Integrationsgrenze $5,5+r$ und damit $r = \sqrt{4,5}$ zu bestimmen.</p> $V_{T3} = \pi \int_4^{5,5+\sqrt{4,5}} \left(\sqrt{-(x-5,5)^2 + 4,5} \right)^2 dx =$ $\pi \int_4^{5,5+\sqrt{4,5}} (-(x-5,5)^2 + 4,5) dx = \pi \int_4^{5,5+\sqrt{4,5}} (4,5 - (x^2 - 11x + 30,25)) dx$ $= \pi \int_4^{5,5+\sqrt{4,5}} (-x^2 + 11x - 25,75) dx = \pi \left[-\frac{1}{3}x^3 + 5,5x^2 - 25,75x \right]_4^{5,5+\sqrt{4,5}}$ $\approx \pi \cdot 11,99$ $V_{T3} \approx 37,67$ <p>Materialbedarf: Mit $V_{\text{Hohlraum}} = r^2 \cdot \pi \cdot h = 0,9^2 \cdot \pi \cdot 10 \approx 25,45$ ergibt sich: $V_{\text{Gesamt}} = V_{T1} + V_{T2} + V_{T3} - V_{\text{Hohlraum}} = 12,83 + 39,00 + 37,67 - 25,45 = 64,05$ Der Materialbedarf für einen Griff beträgt $64,05 \text{ cm}^3$.</p>	
1.4	<p>... erkennt die Notwendigkeit der Überprüfung der Minima und etwaiger Randextrema</p> <p>... prüft auf Minimum an den Intervallgrenzen</p> <p>... prüft die lokalen Minima im Intervall</p> <p>... prüft mittels Minima und Randwerten die Mindestanforderung an die Materialstärke</p>	<p>2 (III)</p> <p>2 (II)</p> <p>6 (II)</p> <p>2 (III)</p>
	<p>Das Einhalten der minimalen Dicke von 1 mm lässt sich z.B. prüfen durch das Ermitteln der Minimalstellen der Funktion und die Überprüfung der Intervallgrenzen.</p> $f(x) = \frac{1}{128} \cdot x^4 - \frac{1}{8} \cdot x^2 + 1,5 \text{ im Intervall } I = [-4;4].$ $f'(x) = \frac{1}{32} \cdot x^3 - \frac{1}{4} \cdot x \text{ und } f''(x) = \frac{3}{32} \cdot x^2 - \frac{1}{4}$ <p>Notwendige Bedingung für Extremstellen: $f'(x_E) = 0$</p> $\Leftrightarrow x \left(\frac{1}{32} \cdot x^2 - \frac{1}{4} \right) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0 \vee \frac{1}{32} \cdot x^2 - \frac{1}{4} = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0 \vee x_{2/3} = \pm \sqrt{8}$ <p>Hinreichende Bedingung für Minima: $f''(x_E) > 0$</p> $f''(x) = \frac{3}{32} \cdot x^2 - \frac{1}{4}$ <p>Betrachtung von $x_1 = 0$ entfällt, da dort offensichtlich ein Hochpunkt ist.</p>	



	Anforderungen	Punkte maximal (AFB)
	<p style="text-align: right;"><i>hinreichende</i></p> $f''(\pm\sqrt{8}) = \frac{3}{32} \cdot (\pm\sqrt{8})^2 - \frac{1}{4} = \frac{1}{2} > 0 \quad \Rightarrow \quad \text{lokale Minima bei}$ <p style="text-align: right;"><i>Bedingung</i></p> $x_{2/3} = \pm\sqrt{8}$ <p>Berechnung des lokalen Minimums:</p> $f(\sqrt{8}) = \frac{1}{128} \cdot \sqrt{8}^4 - \frac{1}{8} \cdot \sqrt{8}^2 + 1,5 = \frac{1}{2} - 1 + 1,5 = 1 \text{ (in cm)}$ $= f(-\sqrt{8}) \text{ (aus Symmetriegründen)}$ <p>Prüfung der Funktionswerte am Rand liefert: $1,5 - 0,9 = 0,6$ cm, damit Mindestanforderung am Rand gegeben.</p> <p>Alternativ kann die Überprüfung am Rand auch durch ein grafisches Argument oder die Argumentation über das Vorzeichen der Ableitung zwischen lokalem Minimum und Rand ersetzt werden.</p> <p>Die Funktionswerte der lokalen Minima liegen bei 1, abzüglich des Bohrungsradius 0,9 cm ist also hier auch die Anforderung an die Mindestmaterialstärke im Teilstück T2 soeben noch erfüllt.</p>	
1.5	<p>... leitet den passenden Radius r her</p> <p>... ermittelt die Höhe h der daraus entstehenden Kante</p>	<p>3 (III)</p> <p>4 (II)</p>
	<p>Zu lösen ist $k'(4) = 0,75$ mit r beliebig</p> $k(x) = \sqrt{r^2 - (x - 5,5)^2}$ $k'(x) = \frac{-2(x - 5,5)}{2\sqrt{r^2 - (x - 5,5)^2}}$ $k'(4) = \frac{-2(4 - 5,5)}{2\sqrt{r^2 - (4 - 5,5)^2}} = 0,75$ $0,75 = \frac{1,5}{\sqrt{r^2 - 2,25}} \Rightarrow 0,75 \cdot \sqrt{r^2 - 2,25} = 1,5 \Rightarrow r^2 - 2,25 = \left(\frac{1,5}{0,75}\right)^2$ <p>also $r = 2,5$ cm, negative Radien sind hier nicht zu betrachten.</p> <p>Berechnung der Funktionswerte an der Stelle liefert:</p> $h = k(4) - f(4) = 2,0 - 1,5 = 0,5$ <p>d. h. die Höhe der Kante zum Schutz der Kinderhand beträgt 0,5 cm.</p>	
Summe Aufgabe 1		45

	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	Punkte maximal (AFB)
2	(Aufgabenstellung)	
2.1	<p>Der Prüfling</p> <p>... berechnet die Koordinaten der Eckpunkte</p> <p>... berechnet die Flächeninhalte der entstehenden Quadrate</p> <p>... stellt die berechneten Quadrate grafisch dar</p>	<p>4 (I)</p> <p>4 (I)</p> <p>6 (I)</p>
	<p>Die Ausgangspunkte lauten:</p> <p>A(-1 -1), B(1 -1), C(1 1) und D(-1 1) (1.Quadrat)</p> <p>Nach einmaliger Ausführung der Transformation ergeben sich die Punkte:</p> <p>A'(0 -1), B'(1 -2), C'(2 -1) und D'(1 0) (2.Quadrat)</p> <p>Nach zweimaliger Ausführung der Transformation ergeben sich die Punkte:</p> <p>A''(1/2 -3/2), B''(1/2 -5/2), C''(3/2 -5/2) und D''(3/2 -3/2) (3.Quadrat)</p> <p>2. Quadrat: $A_{F_2} = \overrightarrow{A'B'} \cdot \overrightarrow{B'C'} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2 \text{ (FE)}$</p> <p>3. Quadrat: $A_{F_3} = \overrightarrow{A''B''} \cdot \overrightarrow{B''C''} = \sqrt{1} \cdot \sqrt{1} = 1 \text{ (FE)}$</p>  <p>Der Nachweis der Quadrateigenschaften der aus einem Quadrat entstehenden Objekte ist ausdrücklich nicht gefordert.</p>	



	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	Punkte maximal (AFB)
2.2	... begründet, dass die Matrix eine Drehung ... bewirkt	5 (III)
	<p>$\vec{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\vec{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$</p> <p>Eine Darstellung z. B. am Einheitskreis liefert:</p> <p>$\vec{e}_1' = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) \\ \sin(\varphi) \end{pmatrix}$ bzw. $\vec{e}_2' = \begin{pmatrix} -\sin(\varphi) \\ \cos(\varphi) \end{pmatrix}$</p> <p>Damit kann man begründen, dass in den Spalten der Drehmatrix die Bilder von $\vec{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\vec{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ nach Drehung um den Winkel φ stehen.</p> <p>Die Abbildungsmatrix ergibt sich also zu $R(\varphi) = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{pmatrix}$.</p>	
2.3	... zeigt, dass die ... gegebene Abbildung zerlegt werden kann	8 (II)
	<p>Die Drehmatrix ist mit $\varphi = -45^\circ$</p> <p>$R = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}$</p> <p>Die Streckmatrix mit dem Faktor $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ist</p> <p>$S = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$</p> <p>Dies ergibt insgesamt die Matrix</p> <p>$S \cdot R = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$</p> <p>Gemeinsam mit der Translation entsteht die Transformation</p> <p>$f(\vec{x}) = S \cdot R \cdot \vec{x} + \vec{t} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \cdot \vec{x} + \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$</p>	
2.4	... begründet, dass ... das Quadrat irgendwann nicht mehr zu erkennen ist	4 (II)
	<p>Die Abbildung f kann in Drehung, Stauchung und Translation zerlegt werden.</p> <p>Eine Drehung und eine Translation haben auf die Größendarstellungen von geometrischen Objekten keinen Einfluss, die zugehörigen Abbildungen sind längentreu.</p>	



	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	Punkte maximal (AFB)
	<p>Längenverhältnisse werden bei der Abbildung f also durch den Stauchungsanteil bestimmt.</p> <p>Eindimensionale geometrische Objekte werden also mit dem Faktor $\frac{1}{\sqrt{2}}$ gestaucht, zweidimensionale bei einmaliger Anwendung von f mit dem Faktor $\frac{1}{2}$ gestaucht.</p> <p>Bei n-facher Anwendung von f verändert sich z.B. die Fläche eines Quadrates um den Faktor $\left(\frac{1}{2}\right)^n$.</p> <p>Daraus ist abzulesen, dass z.B. ein Quadrat irgendwann nicht mehr auf dem Bildschirm darstellbar ist.</p> <p>Alternative Argumentation unter Verwendung z.B. der Berechnungen aus 2.1 sind denkbar.</p>	
2.5	<p>... leitet her, dass F der einzige Punkt ist und ... interpretiert das Ergebnis</p>	<p>6 (II) 3 (III)</p>
	$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \cdot \vec{x} + \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \vec{x}$ $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \cdot \vec{x} + \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \vec{x}$ $\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \cdot \vec{x} + \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \cdot \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ <p>Der Punkt $(0 -2)$ wird als einziger auf sich selbst abgebildet.</p> <p>Der Punkt $(0 -2)$ bleibt bei mehrfacher Anwendung der Transformation erhalten. Das bedeutet, dass das Ausgangsquadrat um diesen Punkt spiralförmig rotiert, kleiner wird und somit den Bildschirm nicht verlässt.</p>	
2.6	<p>... zeigt, dass die Matrix ... inverse Matrix zu ... ist ... leitet die Funktionsvorschrift der inversen Abbildung her</p>	<p>2 (III) 3 (III)</p>
	<p>Multiplikation der beiden gegebenen Matrizen zeigt die Einheitsmatrix als Ergebnis. Daraus folgt, dass die geg. Matrizen invers zueinander sind.</p> <p>Durch Multiplikation der Abbildungsvorschrift:</p> $\vec{x}' = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \cdot \vec{x} + \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ von links mit der Matrix } M_f^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ ergibt sich:}$	



Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)		Punkte maximal (AFB)
$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \vec{x}' = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \left(\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \cdot \vec{x} + \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right)$ $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \vec{x}' = \vec{x} + \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \vec{x}' = \vec{x} + \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ <p>Damit ergibt sich die Vorschrift der zu f inversen Abbildung</p> $f^{-1}(\vec{x}) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \vec{x} + \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix}$		
Summe Aufgabe 2		45

Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)		Punkte maximal (AFB)
3	(Aufgabenstellung)	
	Der Prüfling...	
3.1	... berechnet, wie viele unterschiedliche Hämmer die Firma anbieten kann.	4 (I)
	E = unterschiedliche Hammersorten / E_1 = unterschiedliche Hammerköpfe E_2 = unterschiedliche Hammerstiele / E_3 = unterschiedliche Hölzer $ E = E_1 \cdot E_2 \cdot E_3 = 6 \cdot 3 \cdot 2 = 36$	
3.2	... berechnet die Anzahl der Möglichkeiten ... zusammen zu setzen	4 (II)
	Zusammensetzung der Schichten: $\binom{14}{6} \cdot \binom{8}{6} = 3003 \cdot 28 = 84084$	
3.3	... berechnet, wie viele Möglichkeiten ... auf die drei Arbeitsgänge aufzuteilen.	4 (I)
	Verteilung der Arbeitskräfte auf die Tätigkeitsfelder: $ Aufteilung = \frac{6!}{2!3!} = 60 = \binom{6}{2} \cdot \binom{4}{3} \cdot 1$	



	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	Punkte maximal (AFB)
3.4	... erklärt im Sachzusammenhang, warum von einer stochastischen Unabhängigkeit ausgegangen werden kann	3 (I)
	Es kann von einer stochastischen Unabhängigkeit ausgegangen werden, da die Produktionsschritte A und B einzelne Fertigungsschritte sind, die keinerlei Überschneidungen miteinander haben (getrennte Werkstätten/ getrenntes Personal/ andere Materialien).	
3.5	... berechnet die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei einem Hammer beide Produktionsprozesse A und B hintereinander fehlerfrei durchlaufen werden.	3 (I)
	$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0,002 = 0,998$ da stochastisch unabhängig: $P(AB) = P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 0,998 \cdot 0,982 = 0,9800 = 98\%$	
3.6	... zeigt, dass ein Fehler im dritten ... stochastisch abhängig von einem Fehler in den beiden ersten ... ist ... berechnet ... , wie viele Hämmer die Firma mindestens herstellen muss	6 (III) 2 (II)
	Zum Nachweis der stochastischen Abhängigkeit kann z. B. gezeigt werden, dass $P_{AB}(C) \neq P_{\bar{AB}}(C)$ gilt. $P_{AB}(C) = \frac{P(ABC)}{P(AB)} = \frac{0,97}{0,98} = 0,9898$ $P_{\bar{AB}}(C) = 1 - P_{\bar{AB}}(\bar{C}) = 1 - 0,013 = 0,987$ => stochastische Abhängigkeit Der Erwartungswert gibt die Anzahl der im Mittel erwarteten fehlerfreien Hämmer an; dieser soll 1200 betragen. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung ist als binomialverteilt gegeben. Daher lässt sich der Erwartungswert für fehlerfreie Hämmer berechnen durch: $E(X) = n \cdot P(ABC) \Rightarrow 1200 = n \cdot 0,97 \Rightarrow n \approx 1237,11$ => n = 1238	
3.7	... ermittelt den zusätzlichen Jahreserlös	6 (II)
	Zunächst ist der Erwartungswert für das Hammerkopfgewicht zu ermitteln, um dann den Stahlüberschuss zu berechnen: $E(X) = 118 \cdot 0,01 + 119 \cdot 0,02 + 120 \cdot 0,11 + 121 \cdot 0,31 + 122 \cdot 0,43 + 123 \cdot 0,11 + 124 \cdot 0,01 = 121,5$ 121,5-118=3,5 => es bleiben durchschnittlich 3,5 g Stahl pro Hammerkopf übrig bei 1600 Hammerköpfen macht das 5,6 kg Stahl am Tag, bei 240 Arbeitstagen 1,344 Tonnen im Jahr und damit ca. 1075 € im Jahr.	



	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	Punkte maximal (AFB)
3.8	<p>... berechnet die Wahrscheinlichkeit ... und ... beurteilt die Situation</p>	<p>3 (II) 3 (II)</p>
	<p>Um diese Häufung der Fehler zu beurteilen, muss die Wahrscheinlichkeit dafür berechnet werden: Dazu muss zunächst angenommen werden, dass die bekannte Fehlerwahrscheinlichkeit von $p = 1 - P(ABC) = 0,03$ gilt.</p> <p>$P(\text{mehr als jeder 10. Hammer})$ $= P(\text{mehr als 10 von 100 Hämmern mit Fehler})$ $= P(\geq 11 \text{ fehlerhafte Hämmer von 100})$</p> <p>Mit der Zufallsgröße:</p> <p>X: Anzahl der fehlerhaften Hämmer unter den zuletzt produzierten 100 Stück ergibt sich aus der Tabelle der kumulierten Wahrscheinlichkeiten:</p> <p>$P(X \geq 11)$ $= 1 - P(X < 11)$ $= 1 - P(X \leq 10)$ $= 1 - 0,9998$ $= \underline{\underline{0,0002}}$</p> <p>Beurteilung: Dieser Fall ist, wenn alles richtig funktioniert, sehr unwahrscheinlich. Deswegen liegt die Vermutung nahe, dass etwas in der Produktion nicht stimmt.</p>	
3.9	<p>... leitet her, wie groß diese Abweichung d_{\max} festgelegt werden muss.</p>	<p>7 (III)</p>
	<p>Die Fräse muss neu justiert werden, wenn große Abweichungen vom Erwartungswert auftreten.</p> <p>X : Durchmesser der gefrästen Hammerstiele</p> <p>Dann muss die Fräse neu justiert werden, wenn X mehr als d_{\max} von μ abweicht, d. h. die Fräse muss nicht neu justiert werden, wenn $\mu - d_{\max} \leq X \leq \mu + d_{\max}$.</p> <p>$0,01 \geq P(\text{Fräse wird justiert})$ $0,01 \geq 1 - P(\text{Fräse wird nicht justiert})$ $0,01 \geq 1 - P(\mu - d_{\max} \leq x \leq \mu + d_{\max})$</p> <p>Setze jetzt $d_{\max} = z \cdot \sigma$ und wende aus dem Hinweis an:</p> <p>$P(\mu - z \cdot \sigma \leq X \leq \mu + z \cdot \sigma) \approx 2 \cdot \Phi(z) - 1$</p> <p>Also gilt:</p>	



Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)		Punkte maximal (AFB)
$0,01 \geq 1 - P(\mu - z \cdot \sigma \leq X \leq \mu + z \cdot \sigma)$ $0,01 \geq 1 - (2 \cdot \Phi(z) - 1)$ $0,01 \geq 2 - 2 \cdot \Phi(z)$ $0,005 \geq 1 - 1 \cdot \Phi(z)$ $0,995 \leq \Phi(z)$ Suche in der Tabelle nach dem passenden z ergibt: $0,995 \leq 0,9951 = \Phi(2,58)$ Da oben gesetzt wurde $d_{\max} = z \cdot \sigma$ gilt also: $d_{\max} = 2,58 \cdot 0,1 = 0,258$. Also: $d_{\max} = 0,258 \text{ mm}$		
Summe Aufgabe 3		45

b) Darstellungsleistung - aufgabenübergreifend

Anforderungen		Punkte maximal
Der Prüfling...		
1.	stellt den Lösungsweg in strukturierter Form dar.	4
2.	beachtet die Qualität der äußeren Form und hält formale Regeln ein.	4
3.	verwendet Fachsprache und Fachsymbolik.	4
4.	fertigt Zeichnungen, Grafiken und Tabellen in angemessener Qualität an.	3
Summe Darstellungsleistung		15



9 Bewertungsbogen zur Abiturprüfung im Fach Mathematik

a) inhaltliche Leistung

	Anforderungen	Punkte maximal	EK	ZK	DK
1	(Aufgabenstellung)				
1.1	Der Prüfling...				
1.1.1	stellt die Funktionsvorschrift für die Gerade g auf	3			
1.1.2	stellt ein Gleichungssystem aus den gegebenen Bedingungen für f auf	3			
1.1.3	löst das Gleichungssystem	4			
1.2	untersucht, ob die Werte der ersten Ableitung beider Funktionen übereinstimmen	4			
1.3					
1.3.1	erkennt die Zerlegung des Gesamtvolumens in Teilvolumina	3			
1.3.2	führt die Volumenberechnung des Pyramidenstumpfes (Teil A) aus	3			
1.3.3	führt die Volumenberechnung der (Teil-)Kugel (Teil C) aus	3			
1.3.4	ermittelt das Gesamtvolumen (incl. Teil B) unter Berücksichtigung des Hohlraums	3			
1.4					
1.4.1	erkennt die Notwendigkeit der Überprüfung der Minima und etwaiger Randextrema	2			
1.4.2	prüft auf Minimum an den Intervallgrenzen	2			
1.4.3	prüft die lokalen Minima im Intervall	6			
1.4.4	prüft mittels Minima und Randwerten die Mindestanforderung an die Materialstärke	2			
1.5					
1.5.1	leitet den passenden Radius her	3			
1.5.2	ermittelt die Höhe der Kante	4			
Summe Aufgabe 1		45			



	Anforderungen	Punkte maximal	EK	ZK	DK
2	(Aufgabenstellung)				
2.1					
2.1.1	berechnet die Koordinaten der Eckpunkte	4			
2.1.2	berechnet die Flächeninhalte der entstehenden Quadrate	4			
2.1.3	stellt die berechneten Quadrate grafisch dar	6			
2.2	begründet, dass die Matrix eine Drehung ... bewirkt	5			
2.3	zeigt, dass die ... gegebene Abbildung zerlegt werden kann	8			
2.4	begründet, dass ... das Quadrat irgendwann nicht mehr zu erkennen ist	4			
2.5					
2.5.1	leitet her, dass F der einzige Punkt ist	6			
2.5.2	interpretiert das Ergebnis	3			
2.6					
2.6.1	zeigt, dass die Matrix ... inverse Matrix zu ... ist	2			
2.6.2	leitet die Funktionsvorschrift der inversen Abbildung her	3			
Summe Aufgabe 2		45			



	Anforderungen	Punkte maximal	EK	ZK	DK
3	(Aufgabenstellung)				
3.1	Der Prüfling berechnet, wie viele unterschiedliche Hämmer die Firma anbieten kann	4			
3.2	berechnet die Anzahl der Möglichkeiten ... zusammen zu setzen	4			
3.3	berechnet, wie viele Möglichkeiten ... auf die drei Arbeitsgänge aufzuteilen	4			
3.4	erklärt im Sachzusammenhang, warum von einer stochastischen Unabhängigkeit ausgegangen werden kann	3			
3.5	berechnet anschließend die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei einem Hammer beide Produktionsprozesse A und B hintereinander fehlerfrei durchlaufen werden	3			
3.6					
3.6.1	zeigt, dass ein Fehler im dritten ... stochastisch abhängig von einem Fehler in den beiden ersten ... ist	6			
3.6.2	berechnet anschließend, wie viele Hämmer die Firma mindestens herstellen muss, damit sie im Mittel 1200 fehlerfreie Hämmer erwarten kann	2			
3.7	ermittelt den zusätzlichen Jahreserlös	6			
3.8					
3.8.1	berechnet die Wahrscheinlichkeit	3			
3.8.2	beurteilt die Situation	3			
3.9	leitet her, wie groß diese Abweichung d_{\max} festgelegt werden muss	7			
Summe Aufgabe 3		45			

Summe inhaltliche Leistung

135



b) Darstellungsleistung - aufgabenübergreifend

	Anforderungen	Punkte maximal	EK	ZK	DK
1.	Der Prüfling stellt den Lösungsweg in strukturierter Form dar.	4			
2.	beachtet die Qualität der äußeren Form und hält formale Regeln ein.	4			
3.	verwendet Fachsprache und Fachsymbolik	4			
4.	fertigt Zeichnungen, Grafiken und Tabellen in angemessener Qualität an.	3			
Summe Darstellungsleistung		15			

Summe (inhaltliche Leistung und Darstellungsleistung)

150			
------------	--	--	--

