



BERUFSKOLLEG
Berufliches Gymnasium

Zentrale Abiturprüfung 2011

Weiterer Leistungskurs

Fach Mathematik

Fachbereich Technik

Unterlagen für die Lehrkraft

1 Konstruktionsmerkmale der Aufgabe

Aufgaben	Aufgabenarten
Aufgabe 1	Lineare Algebra/Analytische Geometrie - Berliner Bahnhof
Aufgabe 2	Stochastik - Akkuschauber
Aufgabe 3	Analysis ohne CAS - Drehteil
Aufgabe 4	Analysis mit CAS - Drehteil

2 Aufgabenstellung (vgl. Unterlagen für die Schülerinnen und Schüler)

3 Materialgrundlage

Luftbild des Bahnhofs Berlin:

<http://www.stadtentwicklung.berlin.de/planen/stadtmodelle/de/datenbank/medium.php?MediumID=11349>

Frontansicht des Bahnhofs Berlin:

<http://www.bahnbilder.de/bilder/berlin-hauptbahnhof-lehrter-bahnhof-109371.jpg>

Abbildungen Aufgabe 3 und 4:

vom Autor und der Aufgabenkommission erstellte Bilder und Grafiken

4 Bezüge zu den Abiturvorgaben 2011

In den vier Aufgaben spiegeln sich die im Punkt 3.1 der „Vorgaben für die Abiturprüfung am Berufskolleg im Jahr 2011“ aufgeführten inhaltlichen Schwerpunkte wieder.

5 Zugelassene Hilfsmittel

- Für die Abiturprüfung 2011 sind zugelassen:
 - Gedruckte Formelsammlungen der Schulbuchverlage, die keine Beispielaufgaben enthalten. Die Formelsammlungen sind vor Ausgabe an die Schülerinnen und Schüler zu überprüfen.
 - Tabellierte kumulierte Binomialverteilung,
 - nicht programmierbare wissenschaftliche Taschenrechner.
- In der Abiturprüfung 2011 sind **nicht** zugelassen:
 - Schulinterne eigene Druckwerke, mathematische Fachbücher und mathematische Lexika
 - Computeralgebrasysteme (außer für die alternative Aufgabe aus dem Sachgebiet Analysis (siehe Punkt 6)),
 - Taschenrechner, die über eines der folgenden Leistungsmerkmale verfügen:
 - Darstellen von Funktionsgraphen



- Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen
 - Numerisches Integrieren oder Differenzieren
 - Rechnen mit Matrizen und Vektoren
- In der Abiturprüfung 2011 sind nur für die alternative Aufgabe aus dem Sachgebiet Analysis (siehe Punkt 6) Computeralgebrasysteme als weiteres erforderliches Hilfsmittel zugelassen.

Das eingesetzte CAS sollte mindestens folgende Funktionen umfassen

- Wertetabellen erstellen
- Algebraische Ausdrücke vereinfachen und vergleichen
- Algebraische Gleichungen lösen
- Lineare Gleichungssysteme lösen und Matrizenberechnung durchführen
- Funktionen algebraisch differenzieren und integrieren
- Funktionen und Daten zweidimensional graphisch darstellen

6 Hinweise zur Aufgabenauswahl durch die Lehrkraft / den Prüfling

In den weiteren Leistungskursen und in den Grundkursen im Fach Mathematik entscheidet die jeweilige Fachlehrerin / der jeweilige Fachlehrer unter Aufsicht der Schulleitung am Downloadtag, ob für alle Prüflinge ihres / seines Kurses die verbindliche Analysisaufgabe ohne Computeralgebrasystemeinsatz (Auswahlaufgabe ohne CAS) oder mit Computeralgebrasystemeinsatz (Auswahlaufgabe mit CAS) zur Verfügung gestellt wird.

Nach einer Auswahlzeit von drei Zeitstunden teilt die Fachlehrerin / der Fachlehrer der Schulleitung schriftlich die Entscheidung mit. Diese Entscheidung wird zu den Prüfungsakten genommen. Für die Prüflinge besteht keine Aufgabenauswahl. Sie erhalten keine zusätzliche Auswahlzeit.

Sollte sich die Fachlehrerin / der Fachlehrer für die Analysis-Aufgabe ohne CAS-Einsatz entscheiden, so können die drei Aufgaben in der festgelegten Bearbeitungszeit insgesamt in beliebiger Reihenfolge bearbeitet werden.

Sollte sich die Fachlehrerin / der Fachlehrer für die Analysis-Aufgabe mit CAS-Einsatz entscheiden, sind folgende Hinweise zu beachten:

- Die Schülerinnen und Schüler erhalten zu Beginn der Bearbeitungszeit die drei zu bearbeitenden Aufgaben.
- Die Schülerinnen und Schüler geben individuell nach Bearbeitung die beiden Lösungen der Aufgaben zur Linearen Algebra / Analytischen Geometrie und Stochastik und ggf. Zahlentheorie ab. Im Gegenzug wird ihnen das Computeralgebrasystem zur Verfügung gestellt. Ein weiteres Bearbeiten der ersten zwei Aufgaben ist danach nicht mehr möglich. Die Abgabezeit für die Aufgaben 1 und 2 wird von der Fachlehrerin / dem Fachlehrer bzw. der aufsichtführenden Lehrkraft protokolliert.
- Für eine hinreichende Anzahl von Ersatzsystemen (PC's bzw. Handhelds) ist zu sorgen.
- Alle Systeme sind vor der Prüfung in den Urzustand zu versetzen. Zusätzliche Tools bzw. ergänzende Programme sind auf den Systemen nicht zulässig. Die Schule stellt sicher, dass keine Verbindung der Systeme untereinander sowie keine Verbindung der Systeme zum Internet vorhanden sind.
- Der Lösungsweg ist von den Schülerinnen und Schülern in der Reinschrifttextlich so zu dokumentieren, dass der Gedankengang der Problemlösung vollständig nachvollziehbar ist. Die Dokumentation ist integraler Bestandteil der Problemlösung und geht in die Bewertung der Prüfungsleistung ein.
- Wird der Computer zum Editieren von Aufgabenlösungen benutzt, muss der Prüfling zum Abschluss einen Computerausdruck seines Lösungstextes durch Unterschrift autorisieren. Die Erstellung des Computerausdrucks ist von der Schule innerhalb der Gesamtbearbeitungszeit so zu organisieren, dass beim Abgeben der Prüfungsarbeit der unterschriebene Ausdruck vorliegt. Nur der autorisierte Ausdruck ist Bestandteil der Prüfungsarbeit; die elektronische Version (Datei) kann nicht zur Korrektur oder Bewertung herangezogen werden.



- Die verwendete Technologie muss in den Prüfungsakten von der Fachlehrerin / dem Fachlehrer mit Angabe des verwendeten Computeralgebrasystems bzw. Handheld-Typs mit der Version bzw. Versionsnummer vermerkt werden.

7 Bearbeitungszeit / Auswahlzeit

Bearbeitungszeit	255 Minuten
zusätzliche Auswahlzeit	keine

8 Vorgaben für die Bewertung der Schülerleistungen

Teilleistungen – Kriterien

a) inhaltliche Leistung

Aufgabe 1

	Anforderungen	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)
1.1	Berechnen Sie die Koordinaten ...	
	$\overrightarrow{OJ} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CJ} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{DI} = \begin{pmatrix} 200 \\ 120 \\ 30 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 10 - 200 \\ 80 - 160 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 40 \\ 30 \end{pmatrix}$ $\Rightarrow J(10 \mid 40 \mid 30)$	4 (I)
1.2	Bestimmen Sie eine Gleichung ... Zeigen Sie die Übereinstimmung ...	
	<p>Zur Bestimmung der Ebenengleichung werden Spannvektoren und ein Stützvektor benötigt. Der Ortsvektor des Punktes I wird als Stützvektor der Ebene E_1 verwendet.</p> <p>Als Spannvektoren dienen z.B. der Vektor $\overrightarrow{ID} = \begin{pmatrix} 190 \\ 80 \\ 0 \end{pmatrix}$</p> <p>und der Einheitsvektor: $\overrightarrow{e_3} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$</p> $\Rightarrow E_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 10 \\ 80 \\ 30 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 190 \\ 80 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ <p>Durch Umwandeln der Parametergleichung der Ebene E_1 in eine Koordinatenform erhält man nach einer Division durch 10:</p> $E_1: 8 \cdot x_1 - 19 \cdot x_2 = -1440$	5 (I) 6 (II)



	Anforderungen	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)
1.3	Berechnen Sie die Innenwinkel ... und den Abstand ...	
	$\overrightarrow{DC} = \begin{pmatrix} 0 \\ -40 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ und } \overrightarrow{DI} = \begin{pmatrix} -190 \\ -80 \\ 0 \end{pmatrix}$ <p>Berechnung des Innenwinkels δ bei Punkt D mit Hilfe der Formel:</p> $\cos \delta = \frac{\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{DI}}{ \overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{DI} } = \frac{3200}{40 \cdot 50 \cdot \sqrt{17}} \approx 0,39$ <p>Damit ergibt sich ein Winkel von etwa 67° bei Punkt D.</p> <p>Für den Innenwinkel γ bei Punkt C gilt: $\gamma \approx 113^\circ$, da $\gamma + \delta = 180^\circ$</p> <p>Hesse'sche Normalenform der Ebene E_1 aus 1.2:</p> $E_{1HNF} : \frac{8 \cdot x_1 - 19 \cdot x_2 + 1440}{\sqrt{425}} = 0$ <p>Abstandsberechnung der beiden Bürotürme:</p> $d(E_{1HNF}; C) = \left \frac{8 \cdot 200 - 19 \cdot 120 + 1440}{\sqrt{425}} \right = 36,87$ <p>Die beiden Bürotürme haben also einen Abstand von ca. 37m.</p>	<p>4 (II)</p> <p>4 (I)</p> <p>4 (II)</p>
1.4	Begründen Sie, dass der Punkt T auf der Geraden ...	
	<p>Die Koordinaten des Punktes E', der genau unterhalb des Punktes E liegt, also in den ersten beiden Koordinaten mit diesem übereinstimmt, sind: E'(181 152 30)</p> <p>Ortsvektor von T mit Hilfe einer Variablen $t > 0$:</p> $\overrightarrow{OT} = \overrightarrow{OE'} + t \cdot \overrightarrow{E'D} = \begin{pmatrix} 181 \\ 152 \\ 30 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 200 - 181 \\ 160 - 152 \\ 30 - 30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 181 \\ 152 \\ 30 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 19 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix}$	<p>5 (II)</p> <p>2 (III)</p>
1.5	Leiten Sie einen Wert für den Parameter t ... her.	
	<p>Formel zur Winkelbestimmung zwischen den Vektoren \overrightarrow{TE} und $\overrightarrow{TE'}$:</p> $\cos 60^\circ = \frac{\overrightarrow{TE} \cdot \overrightarrow{TE'}}{ \overrightarrow{TE} \cdot \overrightarrow{TE'} }$	11 (III)



	Anforderungen	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)
	<p>Einsetzen der Koordinaten von \overrightarrow{OT}:</p> $\frac{1}{2} = \frac{\begin{pmatrix} 181 - (181 + 19t) \\ 152 - (152 + 8t) \\ 50 - 30 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 181 - (181 + 19t) \\ 152 - (152 + 8t) \\ 30 - 30 \end{pmatrix}}{\left \begin{pmatrix} 181 - (181 + 19t) \\ 152 - (152 + 8t) \\ 50 - 30 \end{pmatrix} \right \cdot \left \begin{pmatrix} 181 - (181 + 19t) \\ 152 - (152 + 8t) \\ 30 - 30 \end{pmatrix} \right } \quad \text{mit } t > 0$ $\frac{1}{2} = \frac{\begin{pmatrix} -19t \\ -8t \\ 20 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -19t \\ -8t \\ 0 \end{pmatrix}}{\left \begin{pmatrix} -19t \\ -8t \\ 20 \end{pmatrix} \right \cdot \left \begin{pmatrix} -19t \\ -8t \\ 0 \end{pmatrix} \right }$ $\frac{1}{2} = \frac{425t^2}{\sqrt{425t^2 + 400} \cdot \sqrt{425t^2}}$ $\frac{1}{2} = \frac{\sqrt{425t^2}}{\sqrt{425t^2 + 400}}$ $\frac{1}{4} \cdot (425t^2 + 400) = 425t^2$ $\frac{3}{4} \cdot 425t^2 = 100$ $t = + \sqrt{\frac{16}{51}} \approx 0,56$ <p>da t größer als 0 sein muss.</p> <p>Einsetzen in die Gleichung des Ortsvektors \overrightarrow{OT} ergibt gerundet: T(191,64 156,48 30).</p>	
Summe Aufgabe 1		45



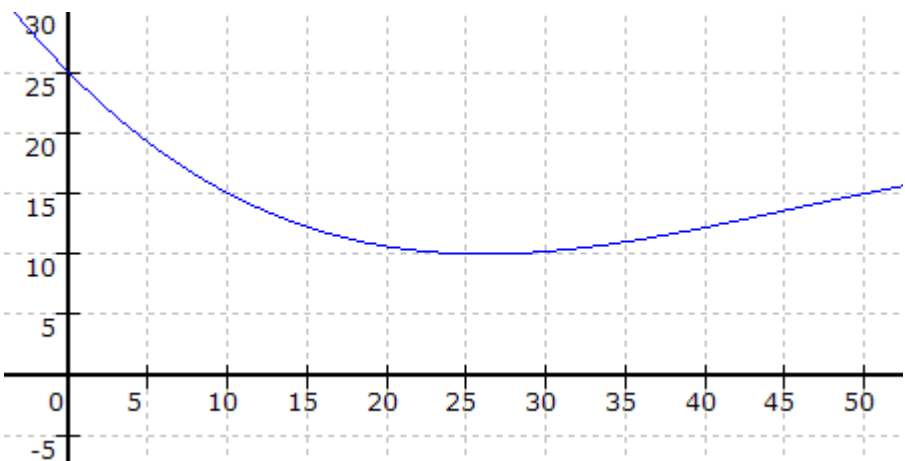
Aufgabe 2

	Anforderungen	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)
2.1	Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten ...	
	$P(E_1) = 0,05 + 0,02 - 0,05 \cdot 0,02 = 0,069$ $P(E_2) = 0,05 \cdot 0,02 = 0,001$ $P(E_3) = 1 - 0,069 = 0,931$	6 (I)
2.2	Ermitteln Sie rechnerisch, ob die Fehler F_3 und F_4 unabhängig ...	
	$P(F_3) = 0,03; P(F_4) = 0,04$ $P(F_3) \cdot P(F_4) = 0,03 \cdot 0,04 = 0,0012 \neq 0,001$ d.h. F_3 und F_4 kommen nicht unabhängig voneinander vor.	4 (I)
2.3	Geben Sie an ... und erläutern Sie...	
	Die Zufallsgröße X: Anzahl der defekten Geräte ist $B_{20;0,05}$ -verteilt. Parameter: $n = 20, p = 0,05$ Es handelt sich um eine Bernoulli-Kette der Länge $n = 20$, weil 20 Geräte zufällig und unabhängig voneinander ausgewählt werden, für jedes Gerät die Wahrscheinlichkeit defekt zu sein gleich 0,05 ist und jeweils nur zwei Ergebnisse (defekt/nicht defekt) möglich sind.	4 (I) 2 (II)
2.4	Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit ...	
	Die Garantiebedingung ist nicht erfüllt, wenn 11 oder mehr Geräte defekt sind. X ist jetzt $B_{100;0,05}$ -verteilt: $P(X \geq 11) = 1 - P(X \leq 10) \approx 1 - 0,9885 = 0,0115$	5 (II)
2.5	Zeigen Sie, dass ...	
	Betrachtet werden die Zufallsgrößen X_1 : Anzahl der defekten Geräte in der 1. Probe X_2 : Anzahl der defekten Geräte in der 2. Probe Beide sind $B_{10;0,05}$ -verteilt. Aus der Unabhängigkeit der Ergebnisse der Zufallsversuche ergibt sich für die Wahrscheinlichkeit, dass der Vertrag auf Basis der Qualitätskontrolle geschlossen wird: $P(\text{Vertragsabschluss}) =$ $P(X_1 = 0) \cdot P(X_2 \leq 2) + P(X_1 = 1) \cdot P(X_2 \leq 1)$	2 (II) 8 (III)



	Anforderungen	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)
	<p>also:</p> $P(\text{Vertragsabschluss}) =$ $= B_{10;0,05}(0) \cdot [B_{10;0,05}(0) + B_{10;0,05}(1) + B_{10;0,05}(2)]$ $+ B_{10;0,05}(1) \cdot [B_{10;0,05}(0) + B_{10;0,05}(1)]$ $\approx 0,5987 \cdot 0,9885 + 0,3152 \cdot 0,9139 \approx 0,8799$ <p>Damit ist der Nachweis erbracht.</p>	
2.6	Beschreiben Sie zunächst die bei diesem Test möglichen Fehler ...	
	<p>Der Fehler 1. Art bedeutet hier, dass die Werbung unwirksam war, aber dennoch aufgrund der Befragung als wirksam eingestuft wird.</p> <p>Der Fehler 2. Art bedeutet, dass die Werbung nicht unwirksam war, aber als unwirksam angesehen wird.</p>	6 (II)
2.7	Beurteilen Sie, ob aufgrund des Ergebnisses ...	
	<p>Es ist ein Testszenario zu entwerfen:</p> <p>Hypothese H_0: Die Werbung war unwirksam</p> <p>Die Zufallsgröße X: Anzahl der Kunden, die ein Gerät von „Schraub & Locker“ gekauft haben ist $B_{100;0,2}$-verteilt</p> <p>H_0 wird verworfen, wenn der Wert von X einen kritischen Wert erreicht oder überschreitet.</p> <p>Das gegebene Signifikanzniveau $\alpha = 0,05$ liefert den Verwerfungsbereich:</p> $0,05 \geq P(X \geq k)$ $\Leftrightarrow 0,05 \geq 1 - P(X \leq k - 1)$ $\Leftrightarrow P(X \leq k - 1) \geq 0,95$ <p>aus der Tabelle: $k - 1 = 27$ bzw. $k = 28$</p> <p>d.h. bei dem gegebenen Signifikanzniveau ergibt sich der Verwerfungsbereich $V = \{28; 29; \dots; 100\}$</p> <p>Damit kann die Behauptung nicht verworfen werden, die Nullhypothese ist anzunehmen, d.h. die Kampagne ist als unwirksam anzusehen.</p>	<p>5 (III)</p> <p>3 (II)</p>
Summe Aufgabe 2		45

Auswahlaufgabe 3

	Anforderungen:	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)
3.1	Skizzieren Sie mit den Tabellenwerten den oberen Teil ..	
	<p>Skizze der Kontur</p> 	4 (I)
3.2	Stellen Sie das Gleichungssystem auf ...	
	<p>Ansatz unter Verwendung der allgemeinen Funktion 3. Grades</p> $f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$ <p>Gegebene Bedingungen</p> $f(0) = 25$ $f(10) = 15$ $f(25) = 10$ $f(50) = 15$ <p>liefern das Gleichungssystem</p> $a_0 = 25$ $1000a_3 + 100a_2 + 10a_1 + a_0 = 15$ $15625a_3 + 625a_2 + 25a_1 + a_0 = 10$ $125000a_3 + 2500a_2 + 50a_1 + a_0 = 15$	5 (II)
3.3	Berechnen Sie den minimalen Durchmesser ...	
	<p>Bestimmung des minimalen Durchmessers</p> <p>Erste und zweite Ableitung:</p> $f'(x) = -\frac{1}{1250}x^2 + \frac{9}{125}x - \frac{4}{3}$ $f''(x) = -\frac{1}{625}x + \frac{9}{125}$	6 (I)



	Anforderungen:	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)
	<p>Untersuchung der Bedingungen: $f'(x_{Min}) = 0 \wedge f''(x_{Min}) > 0$</p> <p>Notwendige Bedingung liefert die Gleichung</p> $0 = -\frac{1}{1250}x^2 + \frac{9}{125}x - \frac{4}{3}$ $\Leftrightarrow x^2 - 90x + \frac{5000}{3} = 0$ <p>Dies liefert:</p> $x_{m1} = 45 + \sqrt{\frac{1075}{3}} \approx 63,93 \text{ (nicht im Bereich der Rolle)}$ <p>und $x_{m2} = 45 - \sqrt{\frac{1075}{3}} \approx 26,07$</p> <p>$f''(x_{m2}) \approx 0,03 > 0$ d.h. es liegt ein Minimum vor.</p> <p>Wähle also $x_{Min} = 26,07$ dann ist $f(x_{Min}) \approx 9,98$.</p> <p>Der minimale Durchmesser beträgt damit 19,96 mm.</p>	
3.4	Weisen Sie nach, dass der obere Teil der Kontur ...	
	<p>Bestimmung der 2. und 3. Ableitung zur Untersuchung eines Krümmungswechsels:</p> $f''(x) = -\frac{1}{625}x + \frac{9}{125}$ $f'''(x) = -\frac{1}{625}$ <p>Untersuchung der Bedingungen: $f''(x) = 0 \wedge f'''(x) \neq 0$</p> <p>Dies ergibt: $0 = -\frac{1}{625}x + \frac{9}{125}$ und damit:</p> <p>$x_w = 45$ ist eine Wendestelle da $f'''(x) \neq 0$</p> <p>Also liegt ein Krümmungswechsel vor.</p>	<p>3 (II)</p> <p>3 (III)</p>
3.5	Untersuchen Sie den Einfluss der Koeffizienten c und d ...und leiten Sie ...	
	Berechnung der Ableitungen	<p>2 (II)</p> <p>2 (III)</p>



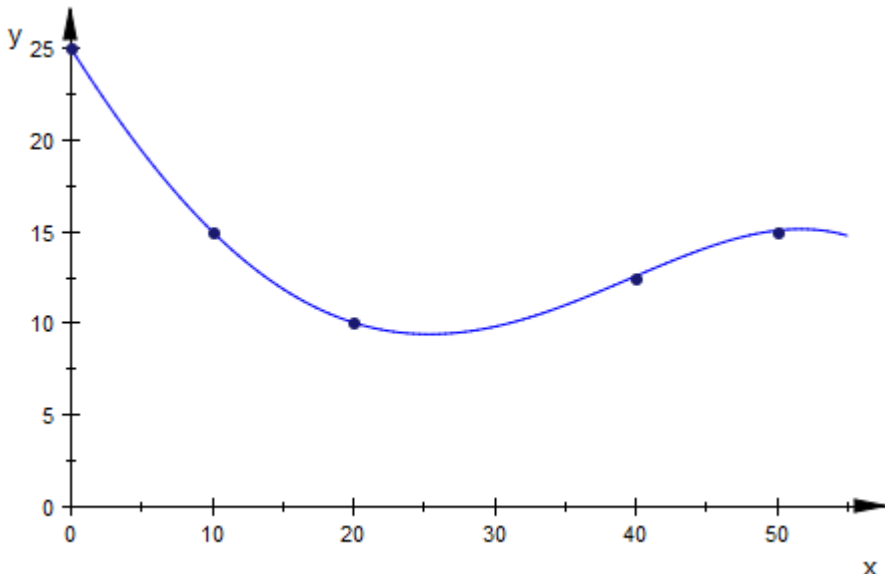
	Anforderungen:	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)
	$g(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $g'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ $g''(x) = 6ax + 2b$ $g'''(x) = 6a$ <p>g'' ist unabhängig von c und d, es gibt keinen Einfluss auf die Wendestelle. Die Gleichung $0 = 6ax + 2b$ hat eine Nullstelle, da $g'''(x) = 6a \neq 0$ ist, existiert eine Wendestelle.</p> <p>$x_w = 30 = -\frac{b}{3a}$ liefert eine Beziehung zwischen a und b: $b = -90a$ für das Vorliegen einer Wendestelle bei $x_w = 30$</p>	
3.6	Erläutern Sie, wie sich dieses Verfahren ... Bestimmen Sie die Iterationsvorschrift ...	
	<p>Die Lösung von $f(x) = h(x)$ ist gleichbedeutend mit der Bestimmung der Nullstellen der Differenzfunktion $f - h$. Damit lässt sich das Newtonverfahren auf die Differenzfunktion anwenden.</p> <p>Nach einer Vereinfachung sind also die Nullstellen von</p> $d(x) = x^3 - 135x^2 + 5000x - 26250 + 37500 \cdot \sin\left(\frac{x}{12}\right)$ <p>gesucht.</p> <p>Ableitung: $d'(x) = 3x^2 - 270x + 5000 + 3125 \cdot \cos\left(\frac{x}{12}\right)$</p> <p>Damit ergibt sich die gesuchte Iterationsformel zu</p> $x_{n+1} = x_n - \frac{d(x_n)}{d'(x_n)} = x_n - \frac{x_n^3 - 135x_n^2 + 5000x_n - 26250 + 37500 \cdot \sin\left(\frac{x_n}{12}\right)}{3x_n^2 - 270x_n + 5000 + 3125 \cdot \cos\left(\frac{x_n}{12}\right)}$	<p>4 (I)</p> <p>4 (II)</p>



	Anforderungen:	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)
3.7	Zeigen Sie, dass das Maß der Querschnittsfläche ... Begründen Sie, warum die Zusatzinformation ...	
	<p>Die Verwendung der gegebenen Integrationsgrenzen liefert die Fläche zwischen den Graphen entweder über die Subtraktion der getrennt berechneten Flächen zwischen Graph und x-Achse oder über das Integral der Differenzfunktion.</p> <p>1. Teilfläche:</p> $\int_{3,4}^{43,7} \left(-\frac{1}{3750}x^3 + \frac{9}{250}x^2 - \frac{4}{3}x + 25 \right) dx$ $= \left[-\frac{1}{15000}x^4 + \frac{3}{250}x^3 - \frac{2}{3}x^2 + 25x \right]_{3,4}^{43,7}$ $\approx 499,93$ <p>2. Teilfläche:</p> $\int_{3,4}^{43,7} \left(10 \sin\left(\frac{x}{12}\right) + 18 \right) dx$ $= \left[-10 \cdot 12 \cdot \cos\left(\frac{x}{12}\right) + 18x \right]_{3,4}^{43,7}$ $\approx 945,92$ <p>Aus der Differenz beider Werte ergibt sich das Maß der Querschnittsfläche zu etwa 446 mm². Wenn Schnittstellen der Funktionen im gegebenen Intervall vorhanden sind, müssen diese als Integrationsgrenzen verwendet werden, da das Integral nicht die Fläche sondern die Summe der orientierten Flächeninhalte zwischen den Graphen angibt.</p>	<p>4 (II)</p> <p>4 (III)</p> <p>4 (III)</p>
Summe Auswahlaufgabe 3		45

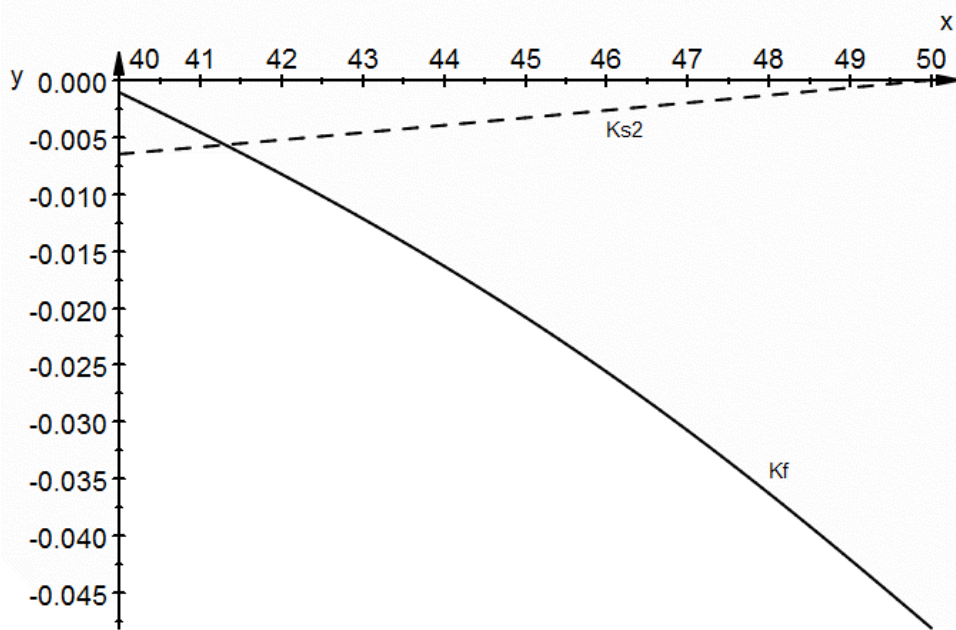
Summe Aufgabe 1 – 3 135

Auswahlaufgabe 4

	Anforderungen	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)
	Der Prüfling	
4.1	Stellen Sie die entsprechende Funktionsgleichung auf.	
	<p>Der Ansatz $f(x) = \sum_{i=0}^4 a_i \cdot x^i$ führt mit den gegebenen Daten zu einem linearen Gleichungssystem. Die Lösung wird eingesetzt, es ergibt sich:</p> $f(x) = -\frac{1}{160000} \cdot x^4 + \frac{1}{3000} \cdot x^3 + \frac{31}{1600} \cdot x^2 - \frac{293}{240} \cdot x + 25$	6 (II)
4.2	Stellen Sie die gemessenen Daten und den Funktionsgraphen in einem Koordinatensystem dar.	
	<p>Zu beachten ist, dass in der Aufgabenstellung der Durchmesser angegeben ist.</p> 	5 (I)
4.3	Berechnen Sie ... den minimalen Durchmesser des Drehteils.	
	<p>Mit Hilfe des notwendigen Kriteriums $f'(x) = 0$ ergeben sich drei mögliche Extremstellen, lediglich $x_{\min} \approx 25,43$ liegt im Intervall $[0; 50]$.</p> <p>Die Überprüfung mit Hilfe des hinreichenden Kriteriums zeigt, dass es sich um ein Minimum handelt: $f''(x_{\min}) > 0$</p> <p>Berechnung: $2 \cdot f(25,43) \approx 18,70$</p> <p>Das Werkstück hat einen minimalen Durchmesser von etwa 18,7 mm.</p>	6 (I)



	Anforderungen	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)
	Der Prüfling	
4.4	Weisen Sie nach, dass der obere Teil der Kontur ...	
	Liegt ein Wendepunkt im Intervall $[0; 50]$, so ist der Krümmungswechsel gezeigt: $f''(x) = 0$ ergibt zwei Lösungen, $x_w \approx 39,69$ liegt im Intervall und es gilt $f'''(x_w) \neq 0$. Damit liegt ein Krümmungswechsel vor.	6 (II)
4.5	Ermitteln Sie das Volumen des Drehteiles ...	
	Das Volumen ergibt sich aus dem Volumen der beiden Zapfen und dem Volumen des „Zwischenstücks“: $V = 2 \cdot \pi \cdot 10^2 \cdot 5 + \pi \int_0^{50} (f(x))^2 dx \approx 32928$ Das Volumen beträgt ca. 32928 mm ³	3 (I) 3 (II)
4.6	Leiten Sie die Bedingungen für das Aufstellen ... her und bestimmen Sie diese.	
	Mit dem Ansatz $s_1(x) = \sum_{i=0}^3 a_i x^i$ und $s_2(x) = \sum_{i=0}^3 b_i x^i$ lassen sich die folgenden Gleichungen aufstellen: $s_1'(20)=f'(20)$, $s_1(20)=f(20)$, $s_1(40)=f(40)$, $s_2(40)=f(40)$, $s_1'(40)=s_2'(40)$, $s_1''(40)=s_2''(40)$, $s_2(50)=f(50)$, $s_2''(50)=0$ Die Lösung des Gleichungssystems ergibt die Koeffizienten, setzt man diese ein, so erhält man die Funktionsgleichungen: $s_1(x) = \frac{-133}{240000}x^3 + \frac{503}{8000}x^2 - \frac{503}{240}x + \frac{156}{5}$ $s_2(x) = \frac{29}{240000}x^3 - \frac{29}{1600}x^2 + \frac{1373}{1200}x - 12$	3 (II) 6 (III)

	Anforderungen	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)
	Der Prüfling	
4.7	Vergleichen Sie ...anhand einer geeigneten Darstellung. Beurteilen Sie die Näherung ...	
	<p>Die graphische Darstellung der Krümmungen sieht wie folgt aus:</p>  <p>Beide Krümmungen nehmen Werte kleiner als Null an. Im größeren Bereich des relevanten Intervalls ist die Krümmung der Funktion s_2 betragsmäßig kleiner als die der Funktion f.</p> <p>Im Hinblick auf die zu vermeidende Krümmung zeigt die Funktion s_2 zwar immer noch eine Krümmung. Diese ist aber betragsmäßig relativ klein, approximiert das Drehteil also besser. Lediglich im Intervall von $x = 40$ bis $x \approx 41,3$ ist die Funktion f besser geeignet.</p>	7 (III)
Summe Auswahlaufgabe 4		45

Summe Aufgabe 1,2,4 135



b) Darstellungsleistung - aufgabenübergreifend

	Anforderungen: Der Prüfling...	maximal erreichbare Punktzahl
1.	stellt den Lösungsweg in strukturierter Form dar.	4
2.	beachtet die Qualität der äußeren Form und hält formale Regeln ein.	4
3.	verwendet Fachsprache und Fachsymbolik.	4
4.	fertigt Zeichnungen, Grafiken und Tabellen in angemessener Qualität an.	3
Summe Darstellungsleistung		15

Summe insgesamt (inhaltliche Leistung und Darstellungsleistung) **150**



9 Bewertungsbogen zur Abiturprüfung im Fach Mathematik-Technik

Name des Prüflings: _____ Kurs: _____

Schule: _____

Aufgabe 1

	Anforderungen	Lösungsqualität			
		maximal erreichbare Punktzahl (AFB)	EK	ZK	DK
	Der Prüfling...				
1.1	berechnet die Koordinaten des gesuchten Eckpunktes	4(I)			
1.2.1	bestimmt eine Ebenengleichung (Parameterform)	5(I)			
1.2.2	zeigt die Übereinstimmung mit der vorgegebenen Ebenengleichung	6(II)			
1.3.1	berechnet die Innenwinkel	4(II)			
1.3.2	stellt eine Hesse'sche Normalform der Ebene E_1 aus 1.2 auf	4(II)			
1.3.3	berechnet den Abstand der beiden Bürotürme	4(I)			
1.4.1	begründet die Lage des Punktes T	2(III)			
1.4.2	belegt die Form der angegebenen Gerade	5(II)			
1.5	leitet den Parameter t her	11(III)			
Summe Aufgabe 1		45			



Aufgabe 2

	Anforderungen Der Prüfling...	Lösungsqualität			
		maximal erreichbare Punktzahl (AFB)	EK	ZK	DK
2.1	berechnet die Wahrscheinlichkeiten	6 (I)			
2.2	ermittelt rechnerisch die Abhängigkeit der Fehler	4 (I)			
2.3.1	gibt die Verteilung mit den Größen an	4 (I)			
2.3.2	erläutert die Wahl der Verteilung	2 (II)			
2.4	ermittelt die Wahrscheinlichkeit	5 (II)			
2.5.1	erkennt, wie sich das Problem über Zufallsgrößen oder Ereignisbeschreibungen mathematisieren lässt	8 (III)			
2.5.2	zeigt rechnerisch, dass die Lieferung mit einer Wahrscheinlichkeit größer 0,8 angenommen wird	2 (II)			
2.6	beschreibt die Fehler	6 (II)			
2.7.1	entwirft ein geeignetes Testszenario	5 (III)			
2.7.2	beurteilt das Ergebnis	3 (II)			
Summe Aufgabe 2		45			



Auswahlaufgabe 3

	Anforderungen Der Prüfling...	Lösungsqualität			
		maximal erreichbare Punktzahl (AFB)	EK	ZK	DK
3.1	skizziert die Kontur	4 (I)			
3.2	stellt das Gleichungssystem auf	5 (II)			
3.3	berechnet den minimalen Durchmesser	6 (I)			
3.4.1	erkennt die Notwendigkeit der Berechnung einer Wendestelle zum Nachweis eines Krümmungswechsels	3 (III)			
3.4.2	führt den Nachweis	3 (II)			
3.5.1	zeigt, dass c und d keinen Einfluss haben	2 (II)			
3.5.2	untersucht den Zusammenhang zwischen den Koeffizienten a und b	2 (III)			
3.6.1	erläutert die Anwendung des Newtonverfahrens	4 (II)			
3.6.2	bestimmt die Iterationsvorschrift	4 (I)			
3.7.1	erkennt den Ansatz zur Berechnung des Flächenmaßes mittels zweier Integrale	4 (II)			
3.7.2	führt den Ansatz aus und zeigt die Übereinstimmung mit dem gegebenen Wert	4 (III)			
3.7.3	begründet Einfluss etwaiger weiterer Schnittstellen auf die Berechnung der Querschnittsfläche	4 (III)			
Summe Auswahlaufgabe 3		45			

Summe Aufgabe 1 – 3

135			
------------	--	--	--



Auswahlaufgabe 4

	Anforderungen	Lösungsqualität			
		maximal erreich- bare Punkt- zahl (AFB)	EK	ZK	DK
	Der Prüfling				
4.1	stellt die Funktionsgleichung auf	6 (II)			
4.2	stellt die Daten und den Graphen dar	5 (I)			
4.3	berechnet den minimalen Durchmesser des Drehteils	6(I)			
4.4	weist mit Hilfe des Wendepunktes nach, dass keine einheitliches Krümmungsverhalten besteht	6(II)			
4.5.1	ermittelt das Rotationsvolumen des Konturbereiches	3(I)			
4.5.2	ermittelt das Gesamtvolumen unter Berücksichtigung der beiden Zapfen	3(II)			
4.6.1	leitet die Bedingungen für das Aufstellen der Funktionsgleichungen her	6(III)			
4.6.2	bestimmt die Funktionsgleichungen	3(II)			
4.7.1	vergleicht auf geeignete Weise die Krümmungen der beiden Funktionen und berücksichtigt dabei, dass der Betrag der Krümmung zu betrachten ist	4(III)			
4.7.2	beurteilt die Eignung der Funktion s_2 hinsichtlich der Krümmung	3(III)			
Summe Auswahlaufgabe 4		45			

Summe Aufgabe 1 ,2,4	135			
-----------------------------	------------	--	--	--



b) Darstellungsleistung - aufgabenübergreifend

	Anforderungen	Lösungsqualität			
		maximal erreichbare Punktzahl (AFB)	EK	ZK	DK
	Der Prüfling...				
1.	stellt den Lösungsweg in strukturierter Form dar.	4			
2.	beachtet die Qualität der äußeren Form und hält formale Regeln ein.	4			
3.	verwendet Fachsprache und Fachsymbolik	4			
4.	fertigt Zeichnungen, Grafiken und Tabellen in angemessener Qualität an.	3			
Summe Darstellungsleistung		15			

	maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
Summe insgesamt (inhaltliche Leistung und Darstellungsleistung)	150			
Aus der Punktesumme resultierende Note				
Note <i>(ggf. unter Absenkung um ein bis zwei Notenpunkte gem. § 8 (4), APO-BK, Anlage D)</i>				
Paraphe				

Die Klausur wird abschließend mit der Note

_____ (_____ Notenpunkte)

bewertet.

Datum Unterschrift (EK)

Datum Unterschrift (ZK)

Datum Unterschrift (DK)



Notenfindung

% Anteil erbrachter Leistung		Noten- Punkte	Notenstufen	Rohpunkte	
von	bis			von	bis
95%	100%	15	sehr gut plus	143	150
90%	< 95%	14	sehr gut	135	142
85%	< 90%	13	sehr gut minus	128	134
80%	< 85%	12	gut plus	120	127
75%	< 80%	11	gut	113	119
70%	< 75%	10	gut minus	105	112
65%	< 70%	9	befriedigend plus	98	104
60%	< 65%	8	befriedigend	90	97
55%	< 60%	7	befriedigend minus	83	89
50%	< 55%	6	ausreichend plus	75	82
45%	< 50%	5	ausreichend	68	74
39%	< 45%	4	ausreichend minus	59	67
33%	< 39%	3	mangelhaft plus	50	58
27%	< 33%	2	mangelhaft	41	49
20%	< 27%	1	mangelhaft minus	30	40
0%	< 20%	0	ungenügend	0	29

maximal erreichbare Gesamtpunktzahl



150