



**Zentrale Abiturprüfung 2013  
Haupttermin  
16.04.2013**

**Weiterer Leistungskurs  
Mathematik  
(ohne CAS)**

**Fachbereich Informatik**

**Unterlagen für die Lehrkraft**



- 1 Aufgabenstellung** (vgl. Unterlagen für die Schülerinnen und Schüler)
- 2 Materialgrundlage** (vgl. Unterlagen für die Schülerinnen und Schüler)
- 3 Zugelassene Hilfsmittel** (vgl. Unterlagen für die Schülerinnen und Schüler)
- 4 Arbeitszeit und Punktevergabe** (vgl. Unterlagen für die Schülerinnen und Schüler)
- 5 Hinweise für die Aufgabenauswahl durch die Lehrkraft / den Prüfling**

Die jeweilige Fachlehrkraft entscheidet unter Aufsicht der Schulleitung am Downloadtag, ob für alle Prüflinge ihres Kurses der Aufgabensatz 1 (ohne CAS) oder der Aufgabensatz 2 (mit CAS) zur Verfügung gestellt wird.

Nach einer Auswahlzeit von drei Zeitstunden teilt die Fachlehrkraft der Schulleitung schriftlich die Entscheidung mit. Diese Entscheidung wird zu den Prüfungsakten genommen. Für die Prüflinge besteht keine Aufgabenauswahl. Sie erhalten keine zusätzliche Auswahlzeit.

## **6 Aufgabenarten**

1	Analysis
2	Stochastik
3	Lineare Algebra/Analytische Geometrie



## **7 Bezüge zu den Abiturvorgaben 2013**

### **Analysis**

- Funktionsklassen ganzrationale Funktionen, Exponentialfunktionen und deren Verknüpfungen
- Funktionseigenschaften  
Kurvenscharen und Parameter in Funktionsvorschriften,  
Abschnittsweise definierte Funktionen,  
Differenzierbarkeit und Stetigkeit, Lokale und globale Eigenschaften
- Aufstellen von Funktionsgleichungen aus Bedingungen  
Lineare Gleichungssysteme
- Integralrechnung  
Anwendungen des Integrals,  
Flächenberechnung mit Hilfe des Integrals  
Numerische Integration

### **Stochastik**

- Grundlegende Begriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung  
Ergebnis, Ereignis, Wahrscheinlichkeit nach Laplace, Rechenregeln für Wahrscheinlichkeiten,  
Pfadregeln, Zählstrategien (Allgemeines Zählprinzip, Binomialkoeffizient, n-Fakultät)
- Zufallsgrößen, Erwartungswert, Varianz, Standardabweichung
- Bedingte Wahrscheinlichkeit, Stochastische Unabhängigkeit, Vier-Felder-Tafeln, Baumdiagramm
- Satz von Bayes
- Binomialverteilung, Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung
- Hypothesentest (auch mit Hilfe von  $\sigma$ -Umgebungen) inkl. Fehler 1. und 2. Art

### **Lineare Algebra / Analytische Geometrie**

- Geraden und Ebenen im  $\mathbb{R}^3$   
Darstellungsformen von Geraden und Ebenen,  
Schnittpunkte und Schnittgeraden,  
Berechnung von Abständen(Punkt – Punkt))
- Grundlagen der Matrizenrechnung  
Elementare Matrizenoperationen,  
Lineare Abbildungen und ihre Verkettungen,  
Abbildungsmatrizen und affine Abbildungen,  
Umkehrbare Abbildungen und inverse Matrizen



## 8 Vorgaben für die Bewertung der Schülerleistungen

### a) inhaltliche Leistung

#### Aufgabe 1

**Hinweis: Alternative Lösungen sind bei allen Teilaufgaben zulässig.**

	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	Punkte maximal (AFB)
	Der Prüfling ...	
1.1	... stellt eine ganzrationale Funktion möglichst niedrigen Grades auf, die sich zur Modellierung des beschriebenen Achterbahnteilstücks eignet.	
	<p>Es gelten folgende Bedingungen für die gesuchte Funktion <math>f</math> (3. Grades):</p> $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d \quad \text{und} \quad f'(x) = 3a \cdot x^2 + 2b \cdot x + c$ $f(0) = 0 \Rightarrow d = 0.$ $f(10) = 40 \Rightarrow 1000 \cdot a + 100 \cdot b + 10 \cdot c + d = 40$ $f'(10) = 0 \Rightarrow 300a + 20 \cdot b + c = 0$ $f(30) = 0 \Rightarrow 27000a + 900b + 30c + d = 0$ <p>Lösung des LGS ergibt:</p> $f(x) = \frac{1}{100}x^3 - \frac{3}{5}x^2 + 9x$	6(I)
1.2	... berechnet das stärkste Gefälle (Angabe in Grad) des betrachteten Teilstücks der Achterbahn.	
	$f'(x) = \frac{3}{100}x^2 - \frac{6}{5}x + 9$ $f''(x) = \frac{3}{50}x - \frac{6}{5}$ $f'''(x) = \frac{3}{50}$ $f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = 20 \in [0; 40]$ $f'''(20) = 0,06 > 0$ <p><math>(f''(20) = 0 \text{ und } f'''(20) &gt; 0) \Rightarrow x = 20</math> lokales Minimum von <math>f'</math>.</p> <p>Da <math>f'(20) = -3</math> ist, liegt an der Stelle <math>x = 20</math> das stärkste Gefälle vor.</p> $f'(20) = -3$ $\arctan(-3) = -71,565^\circ$ <p>Das stärkste Gefälle beträgt <math>-71,565^\circ</math>.</p>	5(I)

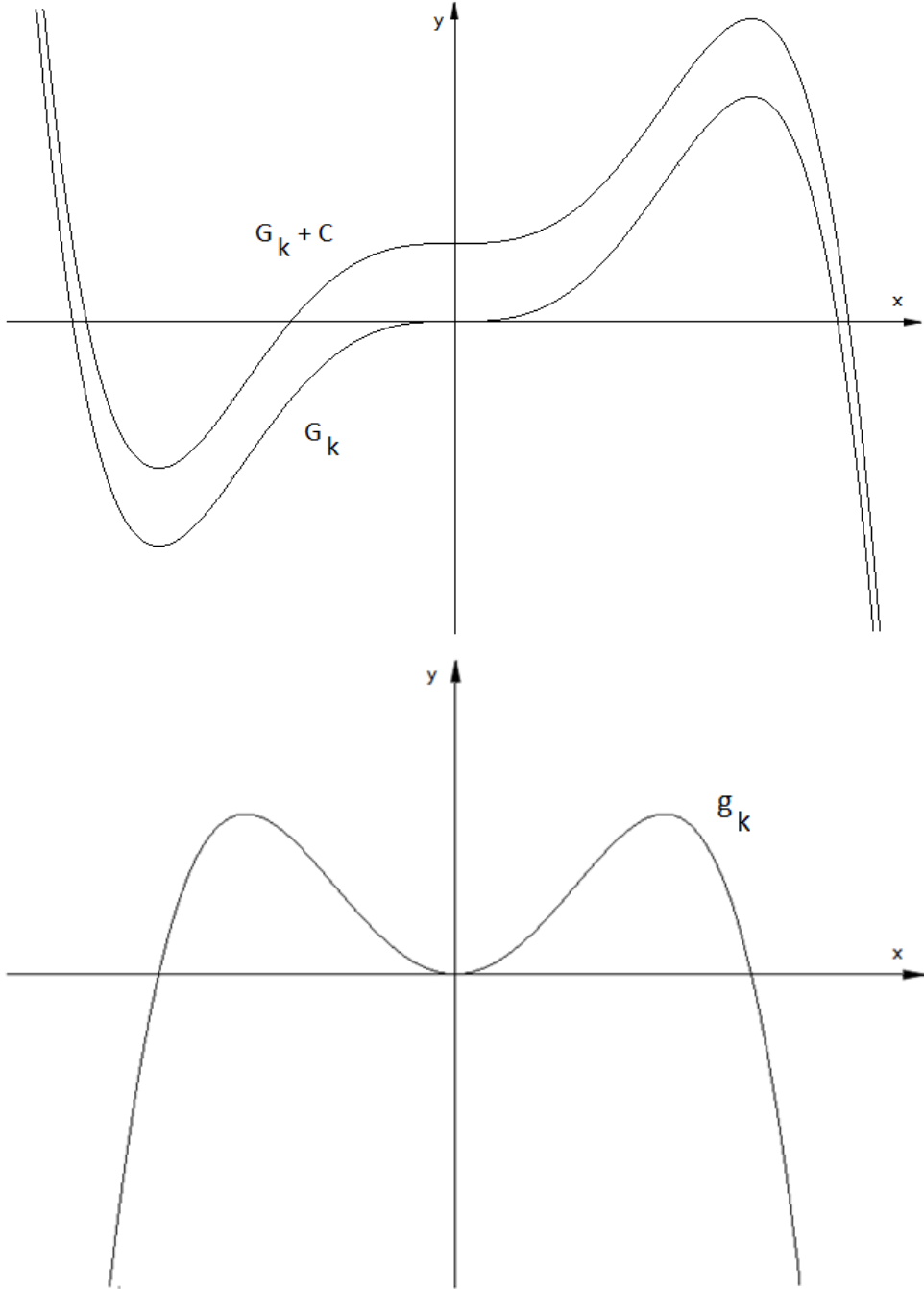


1.3.1	... bestimmt den Parameter b ...	
	$f_b(x) = -\frac{3}{16000}x^4 + \frac{9}{400}x^3 + b \cdot x^2 + 12x - 10$ $f'_b(x) = -\frac{3}{4000}x^3 + \frac{27}{400}x^2 + 2b \cdot x + 12$ $f''_b(x) = -\frac{9}{4000}x^2 + \frac{27}{200}x + 2 \cdot b$ <p>Es müssen folgende Bedingungen gelten</p> $f_b(20)=20=f(20) \qquad f_b(40)=-10=h(40)$ $f'_b(20)=-3=f'(20) \qquad f'_b(40)=0=h'(40)$ $f''_b(20)=0=f''(20) \qquad f''_b(40)=0=h''(40)$ <p>Auflösen einer dieser Gleichungen nach dem Parameter b ergibt: <math>b = -\frac{9}{10}</math>.</p>	2(II)
	... weist nach, dass an den Nahtstellen schmiegsame Übergänge vorliegen.	
	<p>Es müssen folgende Bedingungen gelten</p> $f_b(20)=20=f(20) \qquad f_b(40)=-10=h(40)$ $f'_b(20)=-3=f'(20) \qquad f'_b(40)=0=h'(40)$ $f''_b(20)=0=f''(20) \qquad f''_b(40)=0=h''(40)$ <p>Durch Einsetzen in die übrigen Gleichungen verifiziert man, dass die Funktion <math>f_{-\frac{9}{10}}</math> an beiden Übergangsstellen die gewünschten Eigenschaften hat.</p>	4(II)
1.4		
1.4.1	... beweist, dass die Graphen der Funktionen $g_k$ achsensymmetrisch zur y-Achse sind.	
	$g_k(x) = -\frac{1}{3} \cdot x^4 + \frac{1}{3} \cdot k \cdot x^2$ <p>Behauptung: Der Graph von <math>g_k</math> mit <math>g_k(x) = -\frac{1}{3} \cdot x^4 + \frac{1}{3} \cdot k \cdot x^2</math> ist achsensymmetrisch zur y-Achse.</p> <p>Beweis: <math>g_k(-x) = -\frac{1}{3} \cdot (-x)^4 + \frac{1}{3} \cdot k \cdot (-x)^2 = -\frac{1}{3} \cdot x^4 + \frac{1}{3} \cdot k \cdot x^2 = g_k(x)</math>.</p>	2(II)



1.4.2	... berechnet in Abhängigkeit von k die Breite der „doppelten Tunneleinfahrt“ am Boden und das $k \in [4; 64]$ , für das die Einfahrtsbreite am Boden genau 12 Meter beträgt.	
	$g_k(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{3}x^4 + \frac{1}{3} \cdot k \cdot x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 \left(-\frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3} \cdot k\right) = 0$ $\Leftrightarrow x_{1/2} = 0 \vee x_3 = -\sqrt{k} \vee x_4 = \sqrt{k}.$ <p>Die Gesamtbreite beträgt also <math>2 \cdot \sqrt{k}</math></p> $2 \cdot \sqrt{k} = 12 \Rightarrow k = 36.$	4(I)
1.4.3	... bestimmt in Abhängigkeit von k die maximale Höhe der Tunneleinfahrt und das $k \in [4; 64]$ , für das die maximale Höhe genau 10 Meter beträgt.	
	$g_k(x) = -\frac{1}{3}x^4 + \frac{1}{3}k \cdot x^2$ $g'_k(x) = -\frac{4}{3}x^3 + \frac{2}{3}k \cdot x$ $g''_k(x) = -4x^2 + \frac{2}{3}k$ $g'_k(x) = 0 \Leftrightarrow x_1 = \sqrt{0,5k} \vee x_2 = -\sqrt{0,5k} \vee x_3 = 0$ $g'_k(\sqrt{0,5k}) = 0 \wedge g''_k(\sqrt{0,5k}) < 0 \Rightarrow x = \sqrt{0,5k} \text{ ist ein lokales Maximum}$ $HP1_k\left(\sqrt{0,5k}; \frac{k^2}{12}\right)$ <p>Aus Symmetriegründen liegt an der Stelle <math>x = -\sqrt{0,5k}</math> auch ein lokales Maximum vor.</p> $HP2_k\left(-\sqrt{0,5k}; \frac{k^2}{12}\right)$ $(g'_k(0) = 0 \wedge g''_k(0) = \frac{2}{3} \cdot k > 0) \Rightarrow x = 0 \text{ ist ein lokales Minimum.}$ $\frac{k^2}{12} = 10 \Rightarrow k = -2\sqrt{30} \vee k = 2 \cdot \sqrt{30}. \text{ Da } k \in [4; 64], \text{ gilt: } k = 2 \cdot \sqrt{30}.$	6(II)
1.4.4	... berechnet, wie viele Quadratmeter Holz in der Verkleidung verbaut werden.	
	$A = 3 \cdot 8 - \int_0^3 g_9(x) dx = 24 - \left[-\frac{1}{15}x^5 + x^3\right]_0^3 = 24 - \frac{54}{5} = \frac{66}{5} = 13,2$ <p>Der Inhalt der gesamten Querschnittsfläche ist dann: <math>\frac{132}{5} \text{ m}^2 = 26,4 \text{ m}^2.</math></p>	5(II)



1.4.5	... bestimmt mit der Regel von Simpson ...	
	$A = \frac{3}{3 \cdot 4} \cdot (g_9(0) + 4 \cdot g_9(0,75) + 2 \cdot g_9(1,5) + 4 \cdot g_9(2,25) + g_9(3))$ $= \frac{1}{4} \cdot 43,03125 \approx 10,758$ <p>Man erhält ca. 10,758 m<sup>2</sup>.</p>	6(III)
1.4.6	... ermittelt graphisch die Funktionsgraphen zweier Stammfunktionen.	
		5(III)
Summe Aufgabe 1		45



## Aufgabe 2

**Hinweis: Alternative Lösungen sind bei allen Teilaufgaben zulässig.**

	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	Punkte maximal (AFB)																
	Der Prüfling...																	
2.1																		
2.1.1	... stellt die Daten in einer vollständigen Vierfeldertafel dar.																	
	<p>HF: Netbook hat einen Hardwarefehler SF: Netbook hat einen Softwarefehler</p> <p>Gegeben sind <math>P(HF) = 0,95</math> <math>P(HF \cap SF) = 0,095</math> <math>P(\overline{HF} \cap \overline{SF}) = 0,00375</math></p> <p>Vierfeldertafel:</p> <table><tr><td></td><td>HF</td><td><math>\overline{HF}</math></td><td></td></tr><tr><td>SF</td><td>0,095</td><td>0,04625</td><td>0,14125</td></tr><tr><td><math>\overline{SF}</math></td><td>0,855</td><td>0,00375</td><td>0,85875</td></tr><tr><td></td><td>0,95</td><td>0,05</td><td>1</td></tr></table>		HF	$\overline{HF}$		SF	0,095	0,04625	0,14125	$\overline{SF}$	0,855	0,00375	0,85875		0,95	0,05	1	5(II)
	HF	$\overline{HF}$																
SF	0,095	0,04625	0,14125															
$\overline{SF}$	0,855	0,00375	0,85875															
	0,95	0,05	1															
2.1.2	... überprüft, ob die beiden Ereignisse stochastisch unabhängig sind.																	
	<p><math>P(HF) \cdot P(SF) = 0,95 \cdot 0,14125 \approx 0,13 \neq 0,095 = P(HF \cap SF)</math></p> <p>Somit sind die beiden Ereignisse HF und SF stochastisch abhängig.</p>	4(II)																
2.1.3	... berechnet, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist.																	
	$P_{HF}(SF) = \frac{P(HF \cap SF)}{P(HF)} = \frac{0,095}{0,95} = 0,1$	4(I)																
2.2																		
2.2.1	... berechnet den Erwartungswert und die Varianz dieser Verteilung ...																	
	<p><math display="block">E(X) = \sum_{i=1}^5 x_i \cdot P(X = x_i) = 0 \cdot 0,05 + 1 \cdot 0,6 + 2 \cdot 0,26 + 3 \cdot 0,08 + 4 \cdot 0,01 = 1,4</math></p> <p>Zur Berechnung der Varianz wird zunächst <math>E(X^2)</math> berechnet:</p> <p><math display="block">E(X^2) = \sum_{i=1}^5 x_i^2 \cdot P(X = x_i) = 0^2 \cdot 0,05 + 1^2 \cdot 0,6 + 2^2 \cdot 0,26 + 3^2 \cdot 0,08 + 4^2 \cdot 0,01 = 2,52</math></p> <p>Damit ist dann</p> <p><math display="block">V(X) = E(X^2) - E(X)^2 = 2,52 - 1,4^2 = 0,56</math></p>	4(II)																





	<b>Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)</b>	Punkte maximal (AFB)
2.2.2	... gibt jeweils ihre inhaltliche Bedeutung an.	
	Der Erwartungswert $E(X)$ gibt die durchschnittliche Fehlerzahl für ein zurückgeschicktes Netbook an.  Die Varianz $V(X)$ gibt die durchschnittliche quadrierte Abweichung vom Erwartungswert $E(X)$ und damit die Bandbreite der möglichen Fehler an.	2(II)
2.3		
2.3.1	... zeigt mit Methoden der Analysis, dass $f(t) \geq 0$ für alle $0 \leq t \leq 4$ gilt.	
	$f(t) = -\frac{3}{64} \cdot t^2 \cdot (t - 4)$ Man sieht sofort: $-\frac{3}{64} < 0 \quad \text{und} \quad t^2 \geq 0 \quad \text{für} \quad t \in \mathbb{R} \quad \text{und} \quad t - 4 \leq 0 \quad \text{für} \quad 0 \leq t \leq 4$ $\Rightarrow f(t) \geq 0 \quad \text{für} \quad 0 \leq t \leq 4$	5(III)
2.3.2	... berechnet die Wahrscheinlichkeit, dass die Reparatur eines beliebigen Gerätes höchstens eine Stunde gedauert hat.	
	$P(0 \leq T \leq 1) = \int_0^1 f(t) \, dt = \int_0^1 \left( \frac{3}{16} t^2 - \frac{3}{64} t^3 \right) dt = \left[ \frac{1}{16} t^3 - \frac{3}{256} t^4 \right]_0^1 = \frac{13}{256} \approx 0,0508$ Mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,0508 beträgt die Reparaturzeit höchstens eine Stunde.	4(I)
2.3.3	... ermittelt $\int_0^4 f(t) dt$ und interpretiert das Ergebnis.	
	$P(0 \leq T \leq 4) = \int_0^4 f(t) \, dt = \int_0^4 \left( \frac{3}{16} t^2 - \frac{3}{64} t^3 \right) dt = \left[ \frac{1}{16} t^3 - \frac{3}{256} t^4 \right]_0^4 = 1$ Die Summe aller Wahrscheinlichkeiten ergibt 1. Die Wahrscheinlichkeit für das sichere Ereignis beträgt 1.	5(II)
2.4	... beurteilt, ob man mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 1 % schließen kann, dass der Anteil fehlerhafter Netbooks mehr als $\frac{1}{6}$ beträgt.	
	Die Zufallsgröße $X$ beschreibt die Anzahl der defekten Geräte in der Stichprobe. $X$ ist binomialverteilt mit $n = 100$ und $p = \frac{1}{6}$ .  $H_0: p \leq \frac{1}{6}$ $H_1: p > \frac{1}{6}$  Es sei $A = \{0, \dots, g\}$ der Annahmebereich von $H_0$ und	7(III)



	<b>Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)</b>	<b>Punkte maximal (AFB)</b>
	<p><math>\bar{A} = \{g+1, \dots, 100\}</math> der Ablehnungsbereich von <math>H_0</math></p> <p><math>P(X &gt; g) \leq 0,01 \Leftrightarrow 1 - P(X \leq g) \leq 0,01 \Leftrightarrow 0,99 \leq P(X \leq g)</math></p> <p><math>P(X \leq 26) = 0,9938 \Rightarrow g = 26</math></p> <p><math>\Rightarrow A = \{0, \dots, 26\}</math> der Annahmehereich von <math>H_0</math> und  <math>\bar{A} = \{27, \dots, 100\}</math> der Ablehnungsbereich von <math>H_0</math></p> <p>oder:</p> <p><math>\mu = n \cdot p = \frac{50}{3}</math></p> <p><math>\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{100 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6}} \approx 3,73 &gt; 3</math> (Laplace-Bedingung erfüllt)</p> <p><math>\mu + 2,33 \cdot \sigma = 25,35</math></p> <p>Annahmehereich für <math>H_0</math>: <math>A = \{0, \dots, 26\}</math></p> <p>In beiden Varianten gilt somit: <math>20 \in A</math>.</p> <p>Mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 1% kann <math>H_0</math> nicht verworfen werden.  Somit kann man nicht davon ausgehen, dass mehr als 1/6 der Geräte fehlerhaft sind.</p>	
2.5	... berechnet die Wahrscheinlichkeit, dass von 100 verkauften Geräten mindestens 13 Geräte defekt sind.	
	<p>Die Zufallsgröße <math>X</math> gibt die Anzahl der innerhalb des ersten Jahres defekten Netbooks an.</p> <p><math>X</math> ist binomialverteilt mit <math>n = 100</math> und <math>p = 0,1</math>.</p> <p><math>P(X \geq 13) = 1 - P(X &lt; 13) = 1 - P(X \leq 12) = 1 - 0,8018 = 0,1982</math> (Tabelle!)</p> <p>In etwa 19,8 % aller Fälle werden dann mindestens 13 Rechner defekt sein.</p>	5(1)
<b>Summe Aufgabe 2</b>		<b>45</b>



### Aufgabe 3

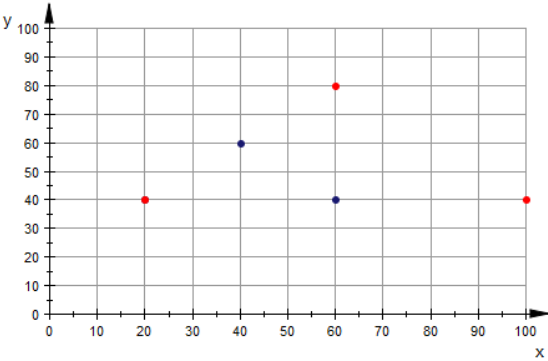
**Hinweis: Alternative Lösungen sind bei allen Teilaufgaben zulässig.**

	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	Punkte maximal (AFB)
	Der Prüfling...	
3.1		
3.1.1	... begründet ohne Rechnung, dass $P_1$ und $P_8$ Fixpunkte sind.	
	$P_1$ und $P_8$ liegen wegen $x_3 = 0$ bereits in der $x_1$ - $x_2$ -Ebene, so dass sie bei der Projektion auf diese Ebene dort bleiben.	2(II)
3.1.2	... berechnet für beide Projektionsarten jeweils den Bildpunkt des Punkte $P_4$ auf der Rasenfläche neben dem Tor.	
	<p>Zentralprojektion Berechnung des Abbildungspunktes: Geradengleichungen <math>g_z</math> mit den Punkten K und <math>P_4</math>:</p> $(i) \quad g_z: \vec{x} = \overrightarrow{OP_4} + \lambda \vec{u}_z = \begin{pmatrix} -1 \\ 59,5 \\ 1,5 \end{pmatrix} + \lambda \left( \begin{pmatrix} -1 \\ 59,5 \\ 1,5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 60 \\ -14,5 \\ 26 \end{pmatrix} \right)$ $= \begin{pmatrix} -1 \\ 59,5 \\ 1,5 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -61 \\ 74 \\ -24,5 \end{pmatrix} \text{ mit } \lambda \in \mathbb{R}$ <p>Schnittpunkt von <math>g_z</math> mit der <math>x_1</math>-<math>x_2</math>-Ebene: Es gibt ein <math>\lambda \in \mathbb{R}</math> mit</p> $\begin{pmatrix} -1 \\ 59,5 \\ 1,5 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -61 \\ 74 \\ -24,5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \lambda = \frac{3}{49} \Rightarrow$ $\overrightarrow{OP_{4z}'} = \begin{pmatrix} -1 \\ 59,5 \\ 1,5 \end{pmatrix} + \frac{3}{49} \begin{pmatrix} -61 \\ 74 \\ -24,5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{232}{49} \\ \frac{6275}{98} \\ 0 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} -4,73 \\ 64,03 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow P_{4z}'(-4,73; 64,03; 0)$ <p>Parallelprojektion Berechnung des Abbildungspunktes: Geradengleichungen <math>g_p</math> mit den Punkten K, L und <math>P_4</math>:</p> $(ii) \quad g_p: \vec{x} = \overrightarrow{OP_4} + \lambda \vec{u}_p = \begin{pmatrix} -1 \\ 59,5 \\ 1,5 \end{pmatrix} + \lambda \left( \begin{pmatrix} -1 \\ 60,5 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 60 \\ -14,5 \\ 26 \end{pmatrix} \right)$ $= \begin{pmatrix} -1 \\ 59,5 \\ 1,5 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -61 \\ 75 \\ -25 \end{pmatrix} \text{ mit } \lambda \in \mathbb{R}.$	8(II)



	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	Punkte maximal (AFB)
	<p>Schnittpunkt von <math>g_p</math> mit der <math>x_1</math>-<math>x_2</math>-Ebene: Es gibt ein <math>\lambda \in \mathbb{R}</math> mit</p> $\begin{pmatrix} -1 \\ 59,5 \\ 1,5 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -61 \\ 75 \\ -25 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \lambda = \frac{3}{50} \Rightarrow$ $\overrightarrow{OP_{4p}'} = \begin{pmatrix} -1 \\ 59,5 \\ 1,5 \end{pmatrix} + \frac{3}{50} \begin{pmatrix} -61 \\ 75 \\ -25 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{233}{50} \\ 64 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4,66 \\ 64 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow P_{4p}'(-4,66; 64; 0)$	
3.1.3	... untersucht, ob bei der Zentralprojektion das Bild der Strecke $\overline{P_2P_3}$ parallel zur Strecke $\overline{P_1P_8}$ verläuft.	
	<p>Für die Geraden durch <math>P_1</math> und <math>P_8</math> sowie <math>P_2'</math> und <math>P_3'</math> sind die Richtungsvektoren zu bestimmen.</p> <p>Der Richtungsvektor der Geraden durch <math>P_1</math> und <math>P_8</math> lautet:</p> $\overrightarrow{u_{P_1P_8}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 61 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 \\ 60 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ <p>Der Richtungsvektor der Gerade durch <math>P_2'</math> und <math>P_3'</math>:</p> $\overrightarrow{u_{P_2'P_3'}} = \begin{pmatrix} -\frac{86}{25} \\ \frac{3123}{50} \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -\frac{86}{25} \\ \frac{3149}{50} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{13}{25} \\ 0 \end{pmatrix} = -\frac{13}{25} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ <p>Damit sind die betrachteten Geraden parallel zueinander.</p>	3(II)
3.2		
3.2.1	... berechnet die Kabellänge vom Elektromotor in $Q_3$ bis zur Kamera.	
	<p>Es ist der Abstand zwischen den Punkten <math>AP_{20}(60; 45; 20)</math> und <math>Q_3</math> zu bestimmen.</p> $d = \sqrt{(60-130)^2 + (45-100)^2 + (20-30)^2} \approx 89,58 \text{ m}$	3(I)
3.2.2	... bestimmt die maximale Höhe der Kamera über dem Elfmeterpunkt $EP(11; 45; 0)$ der linken Spielhälfte.	
	<p>Die maximale Höhe über dem linken Elfmeterpunkt wird durch die Ebene bestimmt, in der die Punkte <math>Q_1(-10; -10; 30)</math>, <math>Q_2(130; -10; 30)</math> und <math>Q_4(-10; 100; 25)</math> liegen.</p> <p>Ebenengleichung</p> $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} -10 \\ -10 \\ 30 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -140 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -110 \\ 5 \end{pmatrix}, r, s \in \mathbb{R}.$ <p>Bestimmung des Schnittpunktes der senkrechten Geraden durch den linken</p>	5(III)



Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)		Punkte maximal (AFB)
	<p>Elfmeterpunkt <math>g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 11 \\ 45 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}</math>, <math>t \in \mathbb{R}</math> mit der Ebene <math>E</math> führt zu folgendem Gleichungssystem:</p> $-10 - 140 \cdot r = 11 \quad \wedge \quad -10 - 110 \cdot s = 45 \quad \wedge \quad 30 + 5 \cdot s = t$ <p>Lösen des Gleichungssystems führt zu: <math>r = -\frac{3}{20}</math>, <math>s = -\frac{1}{2}</math> und <math>t = \frac{55}{2}</math></p> <p>Einsetzen von <math>t</math> in <math>g</math> ergibt eine Höhe von 27,5 m.</p> <p>Die maximale Höhe ist somit 27,5 m.</p>	
3.3		
3.3.1	... bestimmt auf Grundlage einer Skizze ohne Rechnung, wie das Bilddreieck aus dem ursprünglichen Dreieck hervorgeht.	
	<p>Die zeichnerische Darstellung zeigt, dass sich das Bilddreieck durch eine zentrische Streckung mit dem Faktor 2 um das Streckungszentrum <math>D_1</math> ergibt.</p> 	4(III)
3.3.2	<p>... zeigt, dass durch die Matrix <math>A = \begin{pmatrix} 2 &amp; 0 \\ 0 &amp; 2 \end{pmatrix}</math> und den Vektor <math>\vec{b} = \begin{pmatrix} -20 \\ -40 \end{pmatrix}</math> die angegebene Abbildung in Form einer affinen Abbildung <math>\beta: \vec{x} \rightarrow A \cdot \vec{x} + \vec{b}</math> beschrieben werden kann.</p>	
	<p>Der Nachweis erfolgt durch folgende Berechnungen:</p> $A \cdot \begin{pmatrix} 20 \\ 40 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -20 \\ -40 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 20 \\ 40 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -20 \\ -40 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40 \\ 80 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -20 \\ -40 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \\ 40 \end{pmatrix}$ $A \cdot \begin{pmatrix} 60 \\ 40 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -20 \\ -40 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 60 \\ 40 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -20 \\ -40 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 120 \\ 80 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -20 \\ -40 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 100 \\ 40 \end{pmatrix}$ $A \cdot \begin{pmatrix} 40 \\ 60 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -20 \\ -40 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 40 \\ 60 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -20 \\ -40 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 80 \\ 120 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -20 \\ -40 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 60 \\ 80 \end{pmatrix}$	5(II)
3.3.3	... untersucht, ob die Abbildung aus 3.3.2 Fixpunkte besitzt.	
	$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -20 \\ -40 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ $\Leftrightarrow 2 \cdot x_1 - 20 = x_1 \quad \text{und} \quad 2 \cdot x_2 - 40 = x_2$ $\Leftrightarrow x_1 = 20 \quad \text{und} \quad x_2 = 40$ <p>Damit ist <math>D_1(20; 40)</math> einziger Fixpunkt der Abbildung.</p>	4(I)
3.3.4	... analysiert, was die Abbildungen $\alpha$ und $\beta$ geometrisch bewirken.	



	<b>Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)</b>	Punkte maximal (AFB)
	<p>Bei der Abbildung <math>\alpha</math> wird <math>\vec{e}_{x1}</math> auf <math>\vec{e}_{x2}</math> und <math>\vec{e}_{x2}</math> auf <math>-\vec{e}_{x1}</math> abgebildet. Somit liegt eine Drehung um <math>\varphi = 90^\circ</math> gegen den Uhrzeigersinn und anschließender Verschiebung um <math>\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}</math> vor.</p> <p>Alternativ:</p> $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix} \Rightarrow \varphi = 90^\circ$ <p>Bei der Abbildung <math>\beta</math> gilt z.B. <math>\begin{pmatrix} 2 &amp; 0 \\ 0 &amp; 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 &amp; 0 \\ 0 &amp; 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 &amp; 0 \\ 0 &amp; 3 \end{pmatrix}</math>. Es findet deshalb eine Streckung in <math>x_1</math>-Richtung mit dem Faktor 2 und in <math>x_2</math>-Richtung eine Streckung um den Faktor 3 mit anschließender Verschiebung um <math>\begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}</math> statt.</p>	4(III)
3.3.5	... berechnet eine Abbildungsvorschrift für die Verkettung $\beta \circ \alpha$ .	
	<p>Berechnung der Verkettungsvorschrift von Abbildungen Gesamtabbildung (erst <math>\alpha</math>, dann <math>\beta</math>):</p> $\gamma(\vec{x}) = \beta(\alpha(\vec{x})) = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \left[ \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \vec{x} + \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \right] + \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$ $\gamma(\vec{x}) = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \vec{x} + \begin{pmatrix} 2 \\ 9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \vec{x} + \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$	3(I)
3.3.6	... berechnet die Matrizengleichung für die Umkehrabbildung von $\gamma$ .	
	$\left\langle \begin{array}{cc cc} 0 & -2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right\rangle \rightarrow \left\langle \begin{array}{cc cc} 3 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & 0 \end{array} \right\rangle \rightarrow \left\langle \begin{array}{cc cc} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 \end{array} \right\rangle \Rightarrow$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$ <p>Für die Umkehrabbildung muss noch der Vektor <math>\vec{u}</math> bestimmt werden. Dann muss gelten:</p> $\gamma^{-1}(\gamma(\vec{x})) = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} \left[ \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \vec{x} + \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix} \right] + \vec{u} = \vec{x}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \vec{x} + \begin{pmatrix} \frac{5}{3} \\ -2 \end{pmatrix} + \vec{u} = \vec{x}$ $\vec{u} = \begin{pmatrix} -\frac{5}{3} \\ 2 \end{pmatrix}$ <p>Die Umkehrabbildung lautet:</p> $\gamma^{-1}(\vec{x}) = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} \vec{x} + \begin{pmatrix} -\frac{5}{3} \\ 2 \end{pmatrix}$	4(I)
<b>Summe Aufgabe 3</b>		<b>45</b>



**Summe Aufgabe 1 – 3** **135**

**b) Darstellungsleistung - aufgabenübergreifend**

	Anforderungen	Punkte maximal
	Der Prüfling...	
1.	stellt den Lösungsweg in strukturierter Form dar.	4
2.	beachtet die Qualität der äußeren Form und hält formale Regeln ein.	4
3.	verwendet Fachsprache und Fachsymbolik.	4
4.	fertigt Zeichnungen, Grafiken und Tabellen in angemessener Qualität an.	3

**Summe Darstellungsleistung** **15**

**Summe (inhaltliche Leistung und Darstellungsleistung)** **150**



## 9 Bewertungsbogen zur Abiturprüfung im Fach Mathematik

Name des Prüflings: \_\_\_\_\_

### a) inhaltliche Leistung

	Anforderungen	Punkte maximal	EK	ZK	DK
<b>1</b>	<b>(Aufgabenstellung)</b>				
	Der Prüfling				
1.1	...stellt eine ganzrationale Funktion ... auf, ...	6			
1.2	...berechnet das das stärkste Gefälle (Angabe in Grad) ...	5			
1.3.1	...bestimmt den Parameter b ...	2			
1.3.2	... weist nach, dass an den Nahtstellen schmiegsame Übergänge ... vorliegen.	4			
1.4.1	... beweist, dass die Graphen der Funktionen $g_k$ achsensymmetrisch zur y-Achse sind.	2			
1.4.2	... berechnet ... die Breite der „doppelten Tunneleinfahrt“ ...	4			
1.4.3	... bestimmt ... die maximale Höhe der Tunneleinfahrt ...	6			
1.4.4	... berechnet, wie viele Quadratmeter ... benötigt werden.	5			
1.4.5	... bestimmt mit der Regel von Simpson ...	6			
1.4.6	... entwirft die Funktionsgraphen zweier Stammfunktionen.	5			
<b>Summe Aufgabe 1</b>		<b>45</b>			

	Anforderungen	Punkte maximal	EK	ZK	DK
<b>2</b>	<b>(Aufgabenstellung)</b>				
	Der Prüfling				
2.1.1	... stellt die die Daten in einer vollständigen Vierfeldertafel dar.	5			
2.1.2	... überprüft, ob die Ereignisse ... stochastisch unabhängig sind	4			
2.1.3	... berechnet, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, dass ...	4			
2.2.1	... berechnet den Erwartungswert und die Varianz ...	4			





	Anforderungen	Punkte maximal	EK	ZK	DK
2.2.2	... gibt jeweils ihre inhaltliche Bedeutung an.	2			
2.3.1	... zeigt mit Methoden der Analysis, dass $f(t) \geq 0$ ... gilt.	5			
2.3.2	... berechnet die Wahrscheinlichkeit, dass ...	4			
2.3.3	... ermittelt ... und interpretiert das Ergebnis	5			
2.4	... beurteilt, ob man mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 1 % schließen kann, dass ...	7			
2.5	... berechnet die Wahrscheinlichkeit, dass ...	5			
<b>Summe Aufgabe 2</b>		<b>45</b>			

	Anforderungen	Punkte maximal	EK	ZK	DK
<b>3</b>	<b>(Aufgabenstellung)</b>				
	Der Prüfling				
3.1.1	... begründet ohne Rechnung, dass $P_1$ und $P_8$ Fixpunkte sind.	2			
3.1.2	... berechnet ... jeweils den Bildpunkt des Punkte $P_4$ ...	8			
3.1.3	... untersucht, ob bei der Zentralprojektion das Bild der Strecke $\overline{P_2P_3}$ parallel zur Strecke $\overline{P_1P_8}$ verläuft.	3			
3.2.1	... berechnet die Kabellänge ...	3			
3.2.2	... bestimmt die maximale Höhe ... über dem Elfmeterpunkt ...	5			
3.3.1	... bestimmt auf Grundlage einer Skizze ...	4			
3.3.2	... zeigt, dass ... die Abbildung ...werden kann.	5			
3.3.3	... untersucht, ob die Abbildung aus 3.3.2 Fixpunkte besitzt.	4			
3.3.4	... analysiert, was die Abbildungen ... geometrisch bewirken.	4			
3.3.5	... berechnet eine ... Abbildungsvorschrift für die Verkettung ...	3			
3.3.6	... berechnet die Matrizengleichung für die Umkehrabbildung ...	4			
<b>Summe Aufgabe 3</b>		<b>45</b>			

**Summe inhaltliche Leistung**

**135**



**b) Darstellungsleistung - aufgabenübergreifend**

	Anforderungen	Punkte maximal	EK	ZK	DK
1.	Der Prüfling stellt den Lösungsweg in strukturierter Form dar.	4			
2.	beachtet die Qualität der äußeren Form und hält formale Regeln ein.	4			
3.	verwendet Fachsprache und Fachsymbolik	4			
4.	fertigt Zeichnungen, Grafiken und Tabellen in angemessener Qualität an.	3			
<b>Summe Darstellungsleistung</b>		<b>15</b>			

**Summe (inhaltliche Leistung und Darstellungsleistung)**

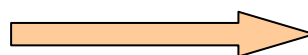
<b>150</b>			
------------	--	--	--



## Notenfindung

% - Anteil erbrachter Leistung		Noten- Punkte	Notenstufen	Rohpunkte	
von	bis			von	bis
95%	100%	15	sehr gut plus	143	150
90%	< 95%	14	sehr gut	135	142
85%	< 90%	13	sehr gut minus	128	134
80%	< 85%	12	gut plus	120	127
75%	< 80%	11	gut	113	119
70%	< 75%	10	gut minus	105	112
65%	< 70%	9	befriedigend plus	98	104
60%	< 65%	8	befriedigend	90	97
55%	< 60%	7	befriedigend minus	83	89
50%	< 55%	6	ausreichend plus	75	82
45%	< 50%	5	ausreichend	68	74
39%	< 45%	4	schwach ausreichend	59	67
33%	< 39%	3	mangelhaft plus	50	58
27%	< 33%	2	mangelhaft	41	49
20%	< 27%	1	mangelhaft minus	30	40
0%	< 20%	0	ungenügend	0	29

maximal erreichbare Gesamtpunktzahl



**150**

	EK	ZK	DK
<b>Notenpunkte</b>			
Ggf. Absenkung um bis zu zwei Notenpunkte gem. § 8 (4), APO-BK Anlage D			

### Abschließende Bewertung der Klausur:

\_\_\_\_\_ ( \_\_\_\_\_ Notenpunkte)

\_\_\_\_\_  
Datum                      Unterschrift (EK)

\_\_\_\_\_  
Datum                      Unterschrift (ZK)

\_\_\_\_\_  
Datum                      Unterschrift (DK)