



**Zentrale Abiturprüfung 2013
Haupttermin
16.04.2013**

**Weiterer Leistungskurs
Mathematik
(mit CAS)**

Fachbereich Informatik

Unterlagen für die Schülerinnen und Schüler

Aufgabenstellung

Aufgabe 1

Hinweise:

Bei sämtlichen Teilaufgaben sind die Lösungen mit Hilfe von Methoden der Differential- und Integralrechnung zu erstellen.
Sie können bei Ihren Berechnungen – nicht aber bei den Ergebnissen – auf die Angabe physikalischer Einheiten verzichten.

Beschreibung der Ausgangssituation

Durch die Animation von Kurven soll ein graphischer Bildschirmschoner erstellt werden.

Grundlage der Animation ist eine Kurvenschar f_k , $k \in \mathbb{R}$ ganzrationaler Funktionen 4. Grades mit $D_{f_k} = \mathbb{R}$, die zunächst auf ihre Eigenschaften untersucht wird. Danach werden die Möglichkeiten zur Animation der Kurven untersucht.

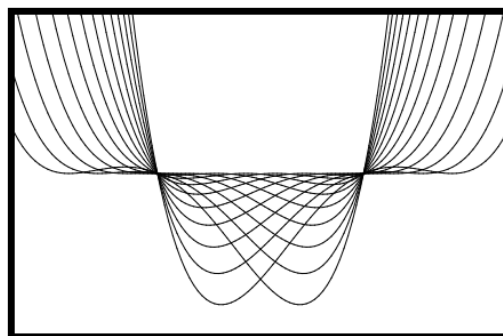


Abb. 1

Dabei werden mehrere Kurven gleichzeitig oder kurz hintereinander dargestellt. Für die spätere Übertragung auf den Bildschirm sind die Bedingungen $x \in [-7; 10]$ und $y \in [-4; 12]$ zu beachten.

1.1 Zunächst verschafft man sich einen Überblick über einige Eigenschaften der Funktionenschar.

1.1.1 Eine Kurve dieser Schar verläuft durch den Punkt $P_1(5; 4)$, hat im Punkt $P_2(3; 4)$ ein Extremum und an der Stelle 1 die Steigung $\frac{11}{25}$.

Die Fläche zwischen dem vollständig oberhalb der x-Achse verlaufenden Graphen und der x-Achse im Intervall $[2; 5]$ beträgt 11,8785 Flächeneinheiten.

Berechnen Sie den Funktionsterm.

6 Punkte

1.1.2 Die Funktionenschar f_k mit dem Parameter k lässt sich im Intervall $[-7; 10]$ durch den Term

$$f_k(x) = \frac{1}{100} \cdot (x - k)^2 \cdot (x + 2) \cdot (x - 5) + 4$$

darstellen.

Hinweis:

Geben Sie den Funktionsterm $f_k(x)$ mit dem Bruch $\frac{1}{100}$ und nicht mit der Dezimalzahl 0,01 ein.

Klassifizieren Sie ohne Rechnung und ohne Begründung tabellarisch die Graphen der Funktionenschar für $k \in \{-4, -3, -2, 0, 5, 6, 7\}$ hinsichtlich Anzahl und Art ihrer markanten Punkte (Schnittpunkte mit der x-Achse, lokale Extrem- und Sattelpunkte).

7 Punkte

- 1.1.3 Überprüfen Sie rechnerisch, ob es gemeinsame Punkte aller Graphen der Funktionenschar f_k gibt.

4 Punkte

- 1.1.4 Zum Nachweis der Achsensymmetrie einer Funktion f zur y-Achse muss man zeigen, dass $f(x) = f(-x)$ für alle $x \in D$ gilt.

Bestätigen Sie mit Hilfe einer angepassten Symmetriebedingung, dass der Funktionsgraph von f_k für $k = 1,5$ achsensymmetrisch zu der Geraden mit $x = 1,5$ ist.

3 Punkte

- 1.2 Im Folgenden werden die optischen Möglichkeiten zur Bewegung der Kurven untersucht. Wenn mehrere dieser Kurven gleichzeitig dargestellt werden, entstehen Flächen oder Muster.

- 1.2.1 Untersuchen Sie, für welches $k > 4,5$ die Fläche (s. Abb. 2) zwischen den Graphen von f_k und f_{k+1} im Intervall $[-2; 5]$ eine Maßzahl von 5 Flächeneinheiten besitzt.

Hinweis:

Die Graphen der Funktionen schneiden sich nicht innerhalb des Intervalls $]-2; 5[$.

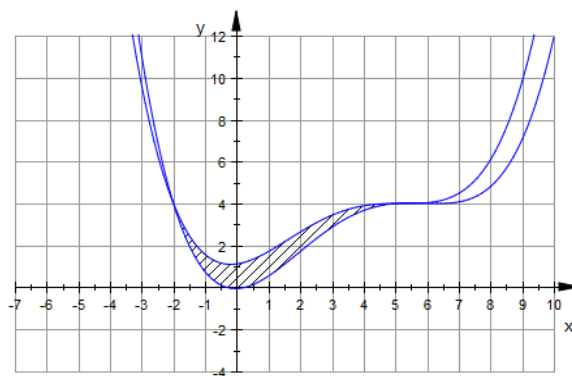


Abb. 2

7 Punkte

- 1.2.2 In der Animation entsteht durch Überdeckung von Graphen ein Karomuster. Eines dieser „Karos“ (s. Abb. 3) wird erzeugt durch die Graphen der Funktionen f_k für $k \in \{1, 2, 3, 4\}$.

Leiten Sie den Flächeninhalt dieses Karos her.

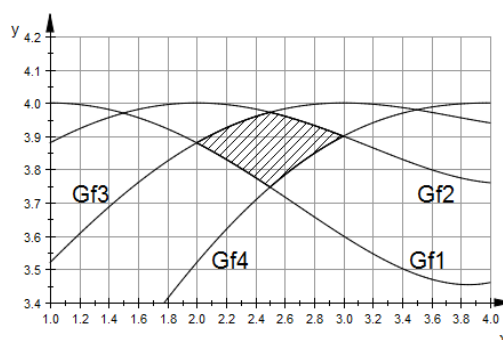


Abb. 3

7 Punkte

- 1.2.3 Während der Animation soll ein „Funktions-Büschel“ (s. Abb. 4) erzeugt werden. Dabei werden ausgehend vom Punkt $P(5; 4)$ für $x \geq 5$ Kurvenstücke eingeblendet, die alle die Länge 10 LE haben.

Die Formel für die Berechnung der Bogenlänge L des Graphen einer Funktion f zwischen den Punkten $A(a; f(a))$ und $B(b; f(b))$ lautet:

$$L(a, b) = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} \, dx$$

Es sei $k = 1$.

Berechnen Sie, in welchem Intervall $[5; b]$ der Funktionsgraph von f_1 die Länge 10 LE hat.

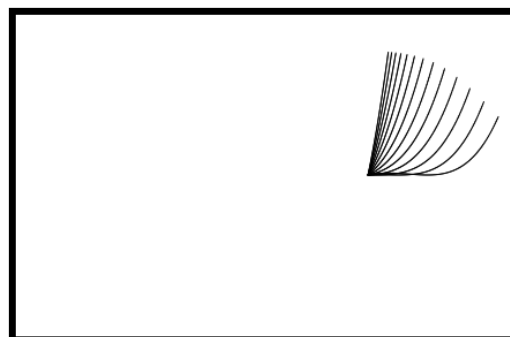


Abb. 4

6 Punkte

- 1.3 Im Folgenden soll die Animation für den Bildschirm angepasst werden. Bisher wurde ein Ausschnitt mit $x \in [-7; 10]$ und $y \in [-4; 12]$ betrachtet (s. Abb. 5). Die Animation soll nun für einen SVGA-Bildschirm mit 1024x768 Pixeln Bildschirmgröße passend gemacht werden, so dass ein Pixel einer Einheit entspricht (s. Abb. 6).

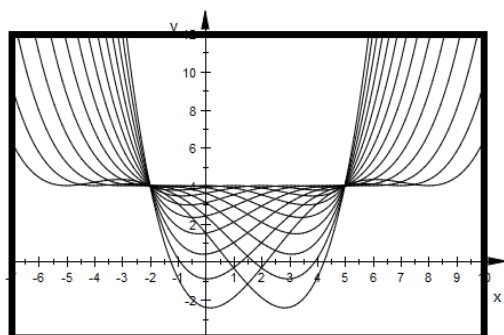


Abb. 5

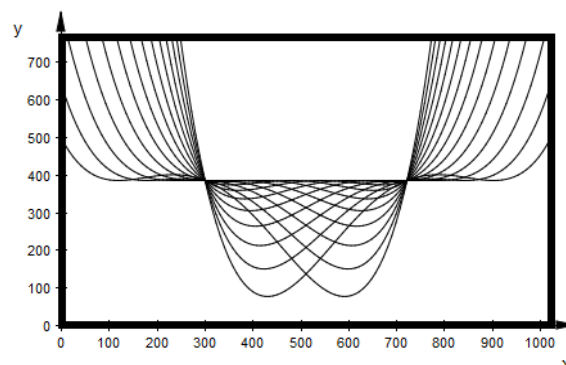


Abb. 6

Leiten Sie unter Verwendung geeigneter Verschiebungen und Streckungen schrittweise einen Funktionsterm $v_k(x)$ her, der die Graphen der Funktionenschar f_k in einem Bildschirmkoordinatensystem gemäß Abb. 6 darstellt.

5 Punkte

Summe 45 Punkte

Aufgabe 2

Beschreibung der Ausgangssituation

Webseiten werden häufig durch einen CAPTCHA Zugangscodes gesichert. Dabei zeigt ein Bild eine Folge zufällig ausgewählter Buchstaben oder Ziffern, die absichtlich schwer lesbar gemacht sind.



Abb. 1¹

Die Zeichen auf dem CAPTCHA müssen vom Benutzer erkannt und in der richtigen Reihenfolge in ein Eingabefeld auf der Webseite geschrieben werden. Das CAPTCHA-Konzept basiert auf der Annahme, dass es zwar einem Menschen, nicht aber einem Computerprogramm möglich ist, verzerrt dargestellten Text zu identifizieren.

- 2.1 Der Benutzer muss den Code in der richtigen Reihenfolge eingeben. Ein Code soll aus den Zeichen 2, 5, M, Q, R und V bestehen.

Berechnen Sie, wie viele Möglichkeiten es gibt, einen Code mit genau diesen sechs Zeichen einzugeben, wenn die ersten beiden Zeichen „M V“ sind.

4 Punkte

- 2.2 Die Zeichen in einem anderen sechsstelligen Code können aus 26 Kleinbuchstaben und 26 Großbuchstaben sowie 10 Ziffern gebildet werden. Dabei wird beginnend mit einem Buchstaben jeweils abwechselnd ein Buchstabe und eine Ziffer verwendet.

Berechnen Sie die Anzahl der möglichen Codes, wenn dabei zwischen Klein- und Großbuchstaben unterschieden wird und wenn Wiederholungen von Buchstaben oder Ziffern möglich sind.

4 Punkte

- 2.3 Es gibt mittlerweile Programme, die versuchen, die CAPTCHA-Zugangscodes automatisiert zu entziffern. Ein Hacker hat ein Programm entwickelt, mit dem er immerhin 32 % aller Zugangscodes entziffern kann.

- 2.3.1 Der Hacker versucht mit seinem Programm 80 CAPTCHA-Zugangscodes zu entschlüsseln.

Begründen Sie, dass dieses Zufallsexperiment als Bernoulli-Kette aufgefasst werden kann.

2 Punkte

- 2.3.2 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 30 von 80 Zugangscodes durch das Programm entziffert werden.

6 Punkte

¹ Quelle: <http://de.wikipedia.org/wiki/Captcha> vom 18.10.2011, 11:20 Uhr



- 2.3.3 Bestimmen Sie, wie viele Zugangscode das Programm zu entschlüsseln versuchen muss, damit es mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 90 % mindestens einen Zugangscode richtig entziffert.

5 Punkte

- 2.4 Auf einer Webseite werden Musikdateien zum Download eingestellt. Die Inhalte der Dateien werden von dem Betreiber der Webseite automatisiert durch ein Filterprogramm auf Legalität überprüft. Erfahrungsgemäß sind 70 % der Dateien illegal. Illegale Dateien werden von dem Filterprogramm zu 98 % erkannt. Legale Dateien werden zu 8 % als illegal eingestuft.

Nur die als legal eingestuften Dateien werden zum Download aufgenommen.

- 2.4.1 Dokumentieren Sie den angegebenen Sachverhalt in einer Vierfeldertafel mit den Ausprägungen: „legal/illegal“ und „Datei wird zum Download aufgenommen/Datei wird nicht zum Download aufgenommen“.

4 Punkte

- 2.4.2 Der Betreiber der Plattform wirbt mit der Aussage, dass die zum Download angebotenen Dateien zu über 95 % legal sind.

Entscheiden Sie, ob diese Aussage zutrifft.

5 Punkte

- 2.4.3 Legale Dateien werden von dem Filterprogramm unverändert zu 8 % als illegale Dateien eingeschätzt.

Beurteilen Sie, wie viel Prozent der illegalen Dateien von dem Filterprogramm als illegal erkannt werden müssen, damit sogar 99 % der zum Download angebotenen Dateien legal sind.

4 Punkte

- 2.4.4 Alternativ kann der Prozentsatz der zum Download angebotenen Dateien erhöht werden, indem man ein zweites Filterprogramm einsetzt. Bei dem zweiten Filterprogramm werden ebenfalls illegale Dateien zu 98 % erkannt und es werden legale Dateien zu 8 % als illegal eingestuft.

Die Datei wird nur dann zum Download zugelassen, wenn beide Filterprogramme die jeweilige Datei als legal eingestuft haben.

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine zum Download angebotene Datei dann legal ist.

4 Punkte



- 2.4.5 Es wird behauptet, dass mindestens 70 % der Einstellversuche für Musikdateien illegal sind. Es werden 500 Einstellversuche überprüft. Die Irrtumswahrscheinlichkeit beträgt 5 %.

Leiten Sie mit Hilfe eines vollständigen Hypothesentests her, wie viele illegale Musikdateien man mindestens vorfinden muss, damit diese Behauptung aufrechterhalten werden kann.

Hinweis:

Falls die Aufgabe mit der σ -Umgebung gelöst wird, gilt für den Radius r der σ -Umgebung $r = 1,64 \cdot \sigma$.

7 Punkte

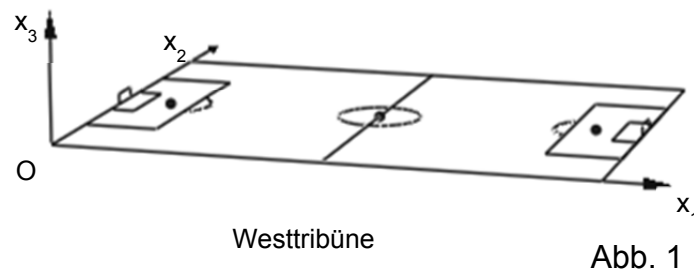
Summe Aufgabe 2

45 Punkte

Aufgabe 3

Beschreibung der Ausgangssituation

In einem Bundesligastadion steht die Haupt-Kamera auf der Westtribüne im Punkt $K(60; -14,5; 26)$ (Angaben jeweils in m). Die Abmessung des Spielfeldes beträgt $120 \text{ m} \times 90 \text{ m}$.



- 3.1 In Fußballstadien findet man hinter den Torauslinien häufig Werbung mittels „Cam Carpets“. Dabei liegen auf dem Rasen neben den Fußballtoren teppichartige Folien. Diese sind perspektivisch so gestaltet, dass aus der Kameraperspektive der Eindruck entsteht, als ob es sich um aufrecht stehende Werbeflächen handeln würde.



Abb. 2²

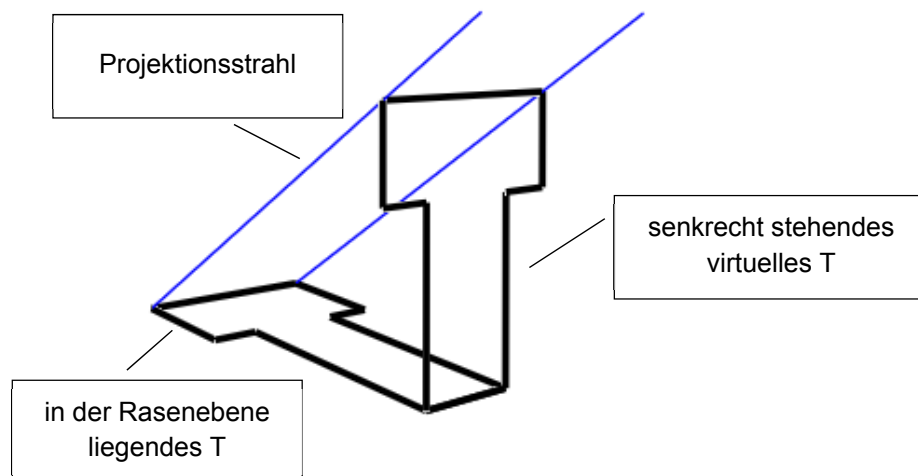


Abb. 3

Neben dem Tor vor der Nordtribüne soll ein Folienteppich mit einem Werbeschriftzug liegen. Im Folgenden wird betrachtet, wie man die Punkte auf einem solchen Teppich bestimmt.

² Quelle: <http://www.hertha-vip.de/typo3temp/pics/2ef20301b3.jpg> (abgeändert)

Aus der Sicht der Kamera haben die Punkte des virtuellen, senkrecht stehenden Buchstabens „T“ in dem Werbeschriftzug die Koordinaten

$P_1(-1; 60; 0)$, $P_2(-1; 60; 1)$, $P_3(-1; 59,5; 1)$,
 $P_4(-1; 59,5; 1,5)$, $P_5(-1; 61,5; 1,5)$,
 $P_6(-1; 61,5; 1)$, $P_7(-1; 61; 1)$ und
 $P_8(-1; 61; 0)$ (Angaben jeweils in m).

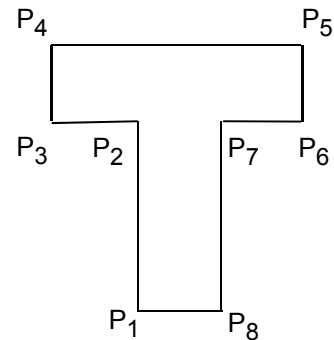


Abb. 4

Einige der Koordinaten der Bildpunkte von P_1 bis P_8 werden zur Erstellung des Folienteppichs benötigt.

Im Folgenden sollen die beiden Projektionsarten „Zentralprojektion“ und „Parallelprojektion“ auf die Rasenebene (x_1 - x_2 -Ebene) untersucht werden.

Bei der Zentralprojektion laufen ausgehend vom Kamerapunkt $K(60; -14,5; 26)$ Strahlen durch die Eckpunkte des Buchstabens. Die Schnittpunkte der Strahlen mit der Rasenebene sind die gesuchten Bildpunkte.

Bei der Parallelprojektion wird eine für alle Punkte gültige Blickrichtung durch eine Gerade durch den Kamerapunkt $K(60; -14,5; 26)$ und den Punkt $L(-1; 60,5; 1)$ festgelegt. Parallel zu dieser Geraden verlaufen die Geraden durch die Eckpunkte des Buchstabens. Deren Schnittpunkte mit der Rasenebene sind die gesuchten Bildpunkte.

- 3.1.1 Begründen Sie ohne Rechnung, dass P_1 und P_8 Fixpunkte sowohl der Zentralprojektion als auch der Parallelprojektion des virtuellen stehenden „T“ auf die Folie auf der Rasenfläche sind.

3 Punkte

- 3.1.2 Berechnen Sie für beide Projektionsarten jeweils den Bildpunkt des Punktes P_4 auf der Rasenfläche neben dem Tor.

6 Punkte

- 3.1.3 Untersuchen Sie, ob bei der Zentralprojektion und bei der Parallelprojektion jeweils das Bild der Strecke $\overline{P_4P_5}$ parallel zur Strecke $\overline{P_1P_8}$ verläuft.

6 Punkte

- 3.2 Eine „Spidercam“ ist ein Kamerasystem, das an vier Seilen hängend über der gesamten Fläche des Fußballfeldes bewegt werden kann (s. Abb. 5). Die Steuerung erfolgt über Elektromotoren, die die Seile auf- oder abrollen. Die Elektromotoren befinden sich an den Spitzen der Masten. Der in der Realität vorhandene leichte Durchhang der vier Seile zwischen den Motoren und der Kamera sei im Folgenden vernachlässigbar.

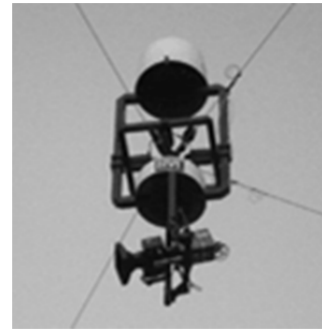


Abb. 5³

Die Elektromotoren befinden sich aus baulichen Gründen in unterschiedlichen Höhen in den Punkten $Q_1(-10; -10; 20)$, $Q_2(130; -10; 27)$, $Q_3(130; 100; 30)$ und $Q_4(-10; 100; 25)$ (Angaben jeweils in m).

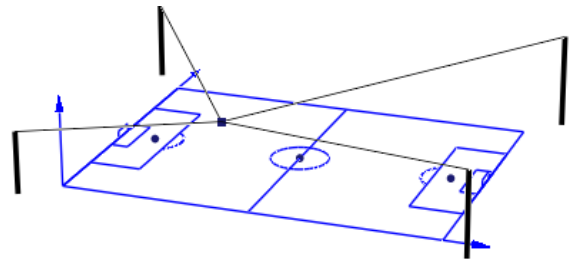


Abb. 6

- 3.2.1 Bestimmen Sie die maximale Höhe der Kamera direkt über dem Anstoßpunkt $AP(60; 45; 0)$.
- 5 Punkte
- 3.2.2 Die Kamera befindet sich in 20 m Höhe direkt über dem Anstoßpunkt $AP(60; 45; 0)$.
Berechnen Sie für diese Kameraposition die Gesamtseillänge von den Elektromotoren bis zur Kamera.
- 4 Punkte
- 3.2.3 Die Kamera befindet sich jetzt in der neuen Position C. Die drei Seile, die von Q_1 , Q_2 , und Q_3 zur Kamera C verlaufen, haben die Längen $\overline{Q_1C} = 80\text{m}$, $\overline{Q_2C} = 90\text{m}$ und $\overline{Q_3C} = 103\text{m}$.
Bestimmen Sie die Position C der Kamera und die fehlende Seillänge $\overline{Q_4C}$.
- 6 Punkte

³ Quelle: http://www.zdf-jahrbuch.de/2007/bilder/07produktion/produktion_011.gif vom 11.01.2013

- 3.3 Auf der Videowand des Stadions mit einer Auflösung von 500x300 Pixeln wird vor Zeitlupenwiederholungen eine graphische Sequenz mit einem animierten Dreieck eingeblendet. Die Eckpunkte des Dreiecks haben zu Beginn der Sequenz die Koordinaten $D_1(100; 100)$, $D_2(200; 100)$ und $D_3(175; 150)$.

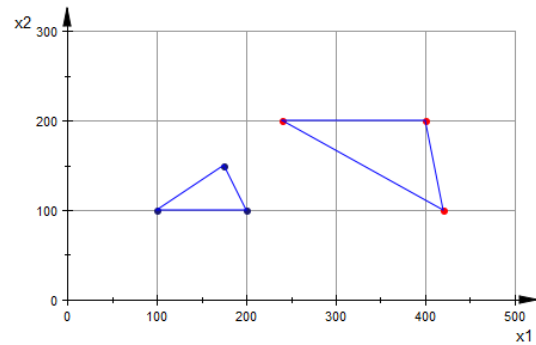


Abb. 7

Nach Ende der Sequenz besitzen die Eckpunkte des Dreiecks die Koordinaten $D_1'(240; 200)$, $D_2'(420; 100)$ und $D_3'(400; 200)$.

- 3.3.1 Eine affine Abbildung δ kann durch $\delta: \vec{x} \rightarrow A \cdot \vec{x} + \vec{b}$ mit $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$, mit $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}, b_1, b_2 \in \mathbb{R}$ beschrieben werden.

Untersuchen Sie, ob die oben dargestellte und beschriebene Sequenz in dieser Form geschrieben werden kann.

5 Punkte

- 3.3.2 Eine andere graphische Sequenz auf der Videowand nutzt die Abbildung $\gamma: \vec{x} \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \vec{x} + \begin{pmatrix} -100 \\ 400 \end{pmatrix}$.

Untersuchen Sie, ob diese Abbildung Fixpunkte besitzt.

4 Punkte

- 3.3.3 Die Abbildung $\varphi: \vec{x} \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \cdot \vec{x} + \begin{pmatrix} 100 \\ -30 \end{pmatrix}$ ist umkehrbar.

Bestimmen Sie die Matrizengleichung für die Umkehrabbildung.

6 Punkte

Summe Aufgabe 3

45 Punkte



Anhang:

Tabellierte kumulierte Binomialverteilung

n	k	0,02	0,03	0,04	0,05	0,1	0,125	1/6	0,2	0,25	0,3	1/3	0,4	0,5	k	n
5	0	9039	8587	8154	7738	5905	5129	4019	3277	2373	1681	1317	0778	0313	4	5
	1	9962	9915	9852	9774	9185	8793	8038	7373	6328	5282	4609	3370	1875	3	
	2	9999	9997	9994	9988	9914	9839	9645	9421	8965	8369	7901	6826	5000	2	
	3					9995	9989	9967	9933	9844	9692	9547	9130	8125	1	
	4							9999	9997	9990	9976	9959	9898	9688	0	

n	k	0,02	0,03	0,04	0,05	0,1	0,125	1/6	0,2	0,25	0,3	1/3	0,4	0,5	k	n
10	0	8171	7374	6648	5987	3487	2631	1615	1074	0563	0282	0173	0060	0010	9	10
	1	9838	9655	9418	9139	7361	6389	4845	3758	2440	1493	1040	0464	0107	8	
	2	9991	9972	9938	9885	9298	8805	7752	6778	5256	3828	2991	1673	0547	7	
	3		9999	9996	9990	9872	9725	9303	8791	7759	6496	5593	3823	1719	6	
	4				9999	9984	9955	9845	9672	9219	8497	7869	6331	3770	5	
	5					9999	9995	9976	9936	9803	9527	9234	8338	6230	4	
	6							9997	9991	9965	9894	9803	9452	8281	3	
	7								9999	9996	9984	9966	9877	9453	2	
	8										9999	9996	9983	9893	1	
	9												9999	9990	0	

n	k	0,02	0,03	0,04	0,05	0,1	0,125	1/6	0,2	0,25	0,3	1/3	0,4	0,5	k	n
11	0	8007	7153	6382	5688	3138	2302	1346	0859	0422	0198	0116	0036	0005	10	11
	1	9805	9587	9308	8981	6974	5919	4307	3221	1971	1130	0751	0302	0059	9	
	2	9988	9963	9917	9848	9104	8503	7268	6174	4552	3127	2341	1189	0327	8	
	3		9998	9993	9984	9815	9610	9044	8389	7133	5696	4726	2963	1133	7	
	4				9999	9972	9927	9755	9496	8854	7897	7110	5328	2744	6	
	5					9997	9990	9954	9883	9657	9218	8779	7535	5000	5	
	6						9999	9994	9980	9924	9784	9614	9006	7256	4	
	7							9999	9998	9988	9957	9912	9707	8867	3	
	8									9999	9994	9986	9941	9673	2	
	9											9999	9993	9941	1	
	10													9995	0	

n	k	0,02	0,03	0,04	0,05	0,1	0,125	1/6	0,2	0,25	0,3	1/3	0,4	0,5	k	n
12	0	7847	7153	6382	5688	3138	2302	1346	0859	0422	0198	0116	0036	0005	11	12
	1	9769	9514	9191	8816	6590	5467	3813	2749	1584	0850	0540	0196	0032	10	
	2	9985	9952	9893	9804	8891	8180	6774	5583	3907	2528	1811	0834	0193	9	
	3	9999	9997	9990	9978	9744	9472	8748	7946	6488	4925	3931	2253	0730	8	
	4			9999	9998	9957	9887	9636	9274	8424	7237	6315	4382	1938	7	
	5					9995	9982	9921	9806	9456	8822	8223	6652	3872	6	
	6						9998	9987	9961	9857	9614	9336	8418	6128	5	
	7							9998	9994	9972	9905	9812	9427	8062	4	
	8								9999	9996	9983	9961	9847	9270	3	
	9										9998	9995	9972	9807	2	
	10												9997	9968	1	
	11													9998	0	



n	k	0,02	0,03	0,04	0,05	0,1	0,125	1/6	0,2	0,25	0,3	1/3	0,4	0,5	k	n
13	0	7690	6730	5882	5133	2542	1762	0935	0550	0238	0097	0051	0013	0001	12	13
	1	9730	9436	9068	8646	6213	5035	3365	2336	1267	0637	0385	0126	0017	11	
	2	9980	9938	9865	9755	8661	7841	6281	5017	3326	2025	1387	0579	0112	10	
	3	9999	9995	9986	9969	9658	9310	8419	7473	5843	4206	3224	1686	0461	9	
	4			9999	9997	9935	9835	9488	9009	7940	6543	5520	3530	1334	8	
	5					9991	9970	9873	9700	9198	8346	7587	5744	2905	7	
	6					9999	9996	9976	9930	9757	9376	8965	7712	5000	6	
	7							9997	9988	9944	9818	9653	9023	7095	5	
	8								9998	9990	9960	9912	9679	8666	4	
	9									9999	9993	9984	9922	9539	3	
	10										9999	9998	9987	9888	2	
	11												9999	9983	1	
	12													9999	0	
n	k	0,98	0,97	0,96	0,95	0,9	0,875	5/6	0,8	0,75	0,7	1/3	0,6	0,5	k	n

n	k	0,02	0,03	0,04	0,05	0,1	0,125	1/6	0,2	0,25	0,3	1/3	0,4	0,5	k	n
14	0	7536	6528	5647	4877	2288	1542	0779	0440	0178	0068	0034	0008	0001	13	14
	1	9690	9355	8941	8470	5846	4626	2960	1979	1010	0475	0274	0081	0009	12	
	2	9975	9923	9833	9699	8416	7490	5795	4481	2811	1608	1053	0398	0065	11	
	3	9999	9994	9981	9958	9559	9127	8063	6982	5213	3552	2612	1243	0287	10	
	4			9998	9996	9908	9770	9310	8702	7415	5842	4755	2793	0898	9	
	5					9985	9953	9809	9561	8883	7805	6898	4859	2120	8	
	6					9998	9993	9959	9884	9617	9067	8505	6925	3953	7	
	7						9999	9993	9976	9897	9685	9424	8499	6047	6	
	8							9999	9996	9978	9917	9826	9417	7880	5	
	9									9997	9983	9960	9825	9102	4	
	10										9998	9993	9961	9713	3	
	11											9999	9994	9935	2	
	12												9999	9991	1	
	13													9999	0	

n	k	0,02	0,03	0,04	0,05	0,1	0,125	1/6	0,2	0,25	0,3	1/3	0,4	0,5	k	n
15	0	7386	6333	5421	4633	2059	1349	0649	0352	0134	0047	0023	0005	0000	14	15
	1	9647	9270	8809	8290	5490	4241	2596	1671	0802	0353	0194	0052	0005	13	
	2	9970	9906	9797	9638	8159	7132	5322	3980	2361	1268	0794	0271	0037	12	
	3	9998	9992	9976	9945	9444	8922	7685	6482	4613	2969	2092	0905	0176	11	
	4		9999	9998	9994	9873	9689	9102	8358	6865	5155	4041	2173	0592	10	
	5				9999	9978	9930	9726	9389	8516	7216	6184	4032	1509	9	
	6					9997	9988	9934	9819	9434	8689	7970	6098	3036	8	
	7						9998	9987	9958	9827	9500	9118	7869	5000	7	
	8							9998	9992	9958	9848	9692	9050	6964	6	
	9								9999	9992	9963	9915	9662	8491	5	
	10									9999	9993	9982	9907	9408	4	
	11										9999	9997	9981	9824	3	
	12												9997	9963	2	
	13													9995	1	
	14														0	



n	k	0,02	0,03	0,04	0,05	0,1	0,125	1/6	0,2	0,25	0,3	1/3	0,4	0,5	k	n
16	0	7238	6143	5204	4401	1853	1181	0541	0281	0100	0033	0015	0003	0000	15	16
	1	9601	9182	8673	8108	5147	3879	2272	1407	0635	0261	0137	0033	0003	14	
	2	9963	9887	9758	9571	7892	6771	4868	3518	1971	0994	0594	0183	0021	13	
	3	9998	9989	9968	9930	9316	8698	7291	5981	4050	2459	1659	0651	0106	12	
	4		9999	9997	9991	9830	9593	8866	7982	6302	4499	3391	1666	0384	11	
	5				9999	9967	9900	9622	9183	8103	6598	5469	3288	1051	10	
	6					9995	9981	9899	9733	9204	8247	7374	5272	2272	9	
	7					9999	9997	9979	9930	9729	9256	8735	7161	4018	8	
	8							9996	9985	9925	9743	9500	8577	5982	7	
	9								9998	9984	9929	9841	9417	7728	6	
	10									9997	9984	9960	9809	8949	5	
	11										9997	9992	9951	9616	4	
	12											9999	9991	9894	3	
	13												9999	9979	2	
	14													9997	1	
	15														0	
n	k	0,98	0,97	0,96	0,95	0,9	0,875	5/6	0,8	0,75	0,7	2/3	0,6	0,5	k	n

n	k	0,02	0,03	0,04	0,05	0,1	0,125	1/6	0,2	0,25	0,3	1/3	0,4	0,5	k	n
17	0	7093	5958	4996	4181	1668	1033	0451	0225	0075	0023	0010	0002	0000	16	17
	1	9554	9091	8535	7922	4818	3542	1983	1182	0501	0193	0096	0021	0001	15	
	2	9956	9866	9714	9497	7618	6409	4435	3096	1637	0774	0442	0123	0012	14	
	3	9997	9986	9960	9912	9174	8457	6887	5489	3530	2019	1304	0464	0064	13	
	4		9999	9996	9988	9779	9482	8604	7582	5739	3887	2814	1260	0245	12	
	5				9999	9953	9862	9496	8943	7653	5968	4777	2639	0717	11	
	6					9992	9971	9853	9623	8929	7752	6739	4478	1662	10	
	7					9999	9995	9965	9891	9598	8954	8281	6405	3145	9	
	8						9999	9993	9974	9876	9597	9245	8011	5000	8	
	9							9999	9995	9969	9873	9727	9081	6855	7	
	10								9999	9994	9968	9920	9652	8338	6	
	11									9999	9993	9981	9894	9283	5	
	12										9999	9997	9975	9755	4	
	13												9995	9936	3	
	14												9999	9988	2	
	15													9999	1	
	16														0	



n	k	0,02	0,03	0,04	0,05	0,1	0,125	1/6	0,2	0,25	0,3	1/3	0,4	0,5	k	n
18	0	6951	5780	4796	3972	1501	0904	0376	0180	0056	0016	0007	0001	0000	17	18
	1	9505	8997	8393	7735	4503	3228	1728	0991	0395	0142	0068	0013	0001	16	
	2	9948	9843	9667	9419	7338	6051	4027	2713	1353	0600	0326	0082	0007	15	
	3	9996	9982	9950	9891	9018	8201	6479	5010	3057	1646	1017	0328	0038	14	
	4		9998	9994	9985	9718	9354	8318	7164	5187	3327	2311	0942	0154	13	
	5				9998	9936	9814	9347	8671	7175	5344	4122	2088	0481	12	
	6					9988	9957	9794	9487	8610	7217	6085	3743	1189	11	
	7					9998	9992	9947	9837	9431	8593	7767	5634	2403	10	
	8						9999	9989	9957	9807	9404	8924	7368	4073	9	
	9							9998	9991	9946	9790	9567	8653	5927	8	
	10								9998	9988	9939	9856	9424	7597	7	
	11									9998	9986	9961	9797	8811	6	
	12										9997	9991	9942	9519	5	
	13											9999	9987	9846	4	
	14												9998	9962	3	
	15													9993	2	
	16													9999	1	
	17														0	

n	k	0,02	0,03	0,04	0,05	0,1	0,125	1/6	0,2	0,25	0,3	1/3	0,4	0,5	k	n
19	0	6812	5606	4604	3774	1351	0791	0313	0144	0042	0011	0005	0001	0000	18	19
	1	9454	8900	8249	7547	4203	2938	1502	0829	0310	0104	0047	0008	0000	17	
	2	9939	9817	9616	9335	7054	5698	3643	2369	1113	0462	0240	0055	0004	16	
	3	9995	9978	9939	9868	8850	7933	6070	4551	2631	1332	0787	0230	0022	15	
	4		9998	9993	9980	9648	9209	8011	6733	4654	2822	1879	0696	0096	14	
	5			9999	9998	9914	9757	9176	8369	6678	4739	3519	1629	0318	13	
	6					9983	9939	9719	9324	8251	6655	5431	3081	0835	12	
	7					9997	9988	9921	9767	9225	8180	7207	4878	1796	11	
	8						9998	9982	9933	9713	9161	8538	6675	3238	10	
	9							9996	9984	9911	9674	9352	8139	5000	9	
	10							9999	9997	9977	9895	9759	9115	6762	8	
	11									9995	9972	9926	9648	8204	7	
	12									9999	9994	9981	9884	9165	6	
	13										9999	9996	9969	9682	5	
	14											9999	9994	9904	4	
	15												9999	9978	3	
	16													9996	2	
	17														1	
	18														0	
n	k	0,98	0,97	0,96	0,95	0,9	0,875	5/6	0,8	0,75	0,7	2/3	0,6	0,5	k	n



n	k	0,02	0,03	0,04	0,05	0,1	0,125	1/6	0,2	0,25	0,3	1/3	0,4	0,5	k	n
20	0	6676	5438	4420	3585	1216	0692	0261	0115	0032	0008	0003	0000	0000	19	20
	1	9401	8802	8103	7358	3917	2669	1304	0692	0243	0076	0033	0005	0000	18	
	2	9929	9790	9561	9245	6769	5353	3287	2061	0913	0355	0176	0036	0002	17	
	3	9994	9973	9926	9841	8670	7653	5665	4114	2252	1071	0604	0160	0013	16	
	4		9997	9990	9974	9568	9050	7687	6296	4148	2375	1515	0510	0059	15	
	5			9999	9997	9887	9688	8982	8042	6172	4164	2972	1256	0207	14	
	6					9976	9916	9629	9133	7858	6080	4793	2500	0577	13	
	7					9996	9981	9887	9679	8982	7723	6615	4159	1316	12	
	8					9999	9997	9972	9900	9591	8867	8095	5956	2517	11	
	9						9999	9994	9974	9861	9520	9081	7553	4119	10	
	10							9999	9994	9961	9829	9624	8725	5881	9	
	11								9999	9991	9949	9870	9435	7483	8	
	12									9998	9987	9963	9790	8684	7	
	13										9997	9991	9935	9423	6	
	14											9998	9984	9793	5	
	15												9997	9941	4	
	16													9987	3	
	17													9998	2	
	18														1	
	19														0	

n	k	0,02	0,03	0,04	0,05	0,1	0,125	1/6	0,2	0,25	0,3	1/3	0,4	0,5	k	n
30	0	5455	4010	2939	2146	0424	0182	0042	0012	0002	0000	0000	0000	0000	29	30
	1	8795	7731	6612	5535	1837	0962	0295	0105	0020	0003	0001	0000	0000	28	
	2	9783	9399	8831	8122	4114	2579	1028	0442	0106	0021	0007	0000	0000	27	
	3	9971	9881	9694	9392	6474	4734	2396	1227	0374	0093	0033	0003	0000	26	
	4	9997	9982	9937	9844	8245	6812	4243	2552	0979	0302	0122	0015	0000	25	
	5		9998	9989	9967	9268	8356	6164	4275	2026	0766	0355	0057	0002	24	
	6			9999	9994	9742	9275	7765	6070	3481	1595	0838	0172	0007	23	
	7				9999	9922	9725	8863	7608	5143	2814	1668	0435	0026	22	
	8					9980	9910	9494	8713	6736	4315	2860	0940	0081	21	
	9					9995	9974	9803	9389	8034	5888	4317	1763	0214	20	
	10					9999	9994	9933	9744	8943	7304	5848	2915	0494	19	
	11						9999	9980	9905	9493	8407	7239	4311	1002	18	
	12							9995	9969	9784	9155	8340	5785	1808	17	
	13							9999	9991	9918	9599	9102	7145	2923	16	
	14								9998	9973	9831	9565	8246	4278	15	
	15								9999	9992	9936	9812	9029	5722	14	
	16									9998	9979	9928	9519	7077	13	
	17										9994	9975	9788	8192	12	
	18										9998	9993	9917	8998	11	
	19											9998	9971	9506	10	
	20												9991	9786	9	
	21												9998	9919	8	
	22													9974	7	
	23													9993	6	
	24													9998	5	
n	k	0,98	0,97	0,96	0,95	0,9	0,875	5/6	0,8	0,75	0,7	2/3	0,6	0,5	k	n



n	k	0,02	0,03	0,04	0,05	0,1	0,125	1/6	0,2	0,25	0,3	1/3	0,4	0,5	k	n
50	0	3642	2181	1299	0769	0052	0013	0001	0000	0000	0000	0000	0000	0000	49	50
	1	7358	5553	4005	2794	0338	0103	0012	0002	0000	0000	0000	0000	0000	48	
	2	9216	8108	6767	5405	1117	0418	0066	0013	0001	0000	0000	0000	0000	47	
	3	9822	9372	8609	7604	2503	1138	0238	0057	0005	0000	0000	0000	0000	46	
	4	9968	9832	9510	8964	4312	2346	0643	0185	0021	0002	0000	0000	0000	45	
	5	9995	9963	9856	9622	6161	3935	1388	0480	0070	0007	0001	0000	0000	44	
	6	9999	9993	9964	9882	7702	5637	2506	1034	0194	0025	0005	0000	0000	43	
	7		9999	9992	9968	8779	7165	3911	1904	0453	0073	0017	0001	0000	42	
	8			9999	9992	9421	8339	5421	3073	0916	0183	0050	0002	0000	41	
	9				9998	9755	9121	6830	4437	1637	0402	0127	0008	0000	40	
	10					9906	9579	7986	5836	2622	0789	0284	0022	0000	39	
	11					9968	9817	8827	7107	3816	1390	0570	0057	0000	38	
	12					9990	9928	9373	8139	5110	2229	1035	0133	0002	37	
	13					9997	9974	9693	8894	6370	3279	1715	0280	0005	36	
	14					9999	9991	9862	9393	7481	4468	2612	0540	0013	35	
	15						9997	9943	9692	8369	5692	3690	0955	0033	34	
	16						9999	9978	9856	9017	6839	4868	1561	0077	33	
	17							9992	9937	9449	7822	6046	2369	0164	32	
	18							9997	9975	9713	8594	7126	3356	0325	31	
	19							9999	9991	9861	9152	8036	4465	0595	30	
	20								9997	9937	9522	8741	5610	1013	29	
	21								9999	9974	9749	9244	6701	1611	28	
	22									9990	9877	9576	7660	2399	27	
	23									9996	9944	9778	8438	3359	26	
	24									9999	9976	9892	9022	4439	25	
	25										9991	9951	9427	5561	24	
	26										9997	9979	9686	6641	23	
	27										9999	9992	9840	7601	22	
	28											9997	9924	8389	21	
	29											9999	9966	8987	20	
	30												9986	9405	19	
	31												9995	9675	18	
	32												9998	9836	17	
	33												9999	9923	16	
	34													9967	15	
	35													9987	14	
	36													9995	13	
	37													9998	12	
n	k	0,98	0,97	0,96	0,95	0,9	0,875	5/6	0,8	0,75	0,7	2/3	0,6	0,5	k	n



n	k	0,02	0,03	0,04	0,05	0,1	0,125	1/6	0,2	0,25	0,3	1/3	0,4	0,5	k	n
100	0	1326	0476	0169	0059	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	99	100
	1	4033	1946	0872	0371	0003	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	98	
	2	6767	4198	2321	1183	0019	0002	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	97	
	3	8590	6472	4295	2578	0078	0009	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	96	
	4	9492	8179	6289	4360	0237	0035	0001	0000	0000	0000	0000	0000	0000	95	
	5	9845	9192	7884	6160	0576	0106	0004	0000	0000	0000	0000	0000	0000	94	
	6	9959	9688	8936	7660	1172	0267	0013	0001	0000	0000	0000	0000	0000	93	
	7	9991	9894	9525	8720	2061	0576	0038	0003	0000	0000	0000	0000	0000	92	
	8	9998	9968	9810	9369	3209	1088	0095	0009	0000	0000	0000	0000	0000	91	
	9		9991	9932	9718	4513	1837	0213	0023	0000	0000	0000	0000	0000	90	
	10		9998	9978	9885	5832	2810	0427	0057	0001	0000	0000	0000	0000	89	
	11			9993	9957	7030	3947	0777	0126	0004	0000	0000	0000	0000	88	
	12			9998	9985	8018	5152	1297	0253	0010	0000	0000	0000	0000	87	
	13				9995	8761	6318	2000	0469	0025	0001	0000	0000	0000	86	
	14				9999	9274	7352	2874	0804	0054	0002	0000	0000	0000	85	
	15					9601	8199	3877	1285	0111	0004	0000	0000	0000	84	
	16					9794	8842	4942	1923	0211	0010	0001	0000	0000	83	
	17					9900	9296	5994	2712	0376	0022	0002	0000	0000	82	
	18					9954	9595	6965	3621	0630	0045	0005	0000	0000	81	
	19					9980	9780	7803	4602	0995	0089	0011	0000	0000	80	
	20					9992	9886	8481	5595	1488	0165	0024	0000	0000	79	
	21					9997	9944	8998	6540	2114	0288	0048	0000	0000	78	
	22					9999	9974	9369	7389	2864	0479	0091	0001	0000	77	
	23						9989	9621	8109	3711	0755	0164	0003	0000	76	
	24						9995	9783	8686	4617	1136	0281	0006	0000	75	
	25						9998	9881	9125	5535	1631	0458	0012	0000	74	
	26						9999	9938	9442	6417	2244	0715	0024	0000	73	
	27							9969	9658	7224	2964	1066	0046	0000	72	
	28							9985	9800	7925	3768	1524	0084	0000	71	
	29							9993	9888	8505	4623	2093	0148	0000	70	
	30							9997	9939	8962	5491	2766	0248	0000	69	
	31							9999	9969	9307	6331	3525	0398	0001	68	
	32								9984	9554	7107	4344	0615	0002	67	
	33								9993	9724	7793	5188	0913	0004	66	
	34								9997	9836	8371	6019	1303	0009	65	
	35								9999	9906	8839	6803	1795	0018	64	
	36								9999	9948	9201	7511	2386	0033	63	
	37									9973	9470	8123	3068	0060	62	
	38									9986	9660	8630	3822	0105	61	
	39									9993	9790	9034	4621	0176	60	
	40									9997	9875	9341	5433	0284	59	
	41									9999	9928	9566	6225	0443	58	
	42									9999	9960	9724	6967	0666	57	
	43										9979	9831	7635	0967	56	
	44										9989	9900	8211	1356	55	
	45										9995	9943	8689	1841	54	
	46										9997	9969	9070	2421	53	
	47										9999	9983	9362	3086	52	
	48										9999	9991	9577	3822	51	
	49											9996	9729	4602	50	



	50												9998	9832	5398	49
	51												9999	9900	6178	48
	52													9942	6914	47
	53													9968	7579	46
	54													9983	8159	45
	55													9991	8644	44
	56													9996	9033	43
	57													9998	9334	42
	58													9999	9557	41
	59														9716	40
	60														9824	39
	61														9895	38
	62														9940	37
	63														9967	36
	64														9982	35
	65														9991	34
	66														9996	33
	67														9998	32
	68														9999	31
n	k	0,98	0,97	0,96	0,95	0,9	0,875	5/6	0,8	0,75	0,7	2/3	0,6	0,5	k	n



Materialgrundlage (Quellenangaben, Fundstellen)

Die nicht mit einer Quellenangabe versehenen Diagramme und Bilder sind selbst erstellt.

Zugelassene Hilfsmittel

In der Abiturprüfung sind für den Aufgabensatz mit CAS **zugelassen**:

- Gedruckte Formelsammlungen der Schulbuchverlage, die keine Beispielaufgaben enthalten. die Formelsammlungen sind vor Ausgabe an die Schülerinnen und Schüler zu überprüfen.
- wissenschaftlicher Taschenrechner,
- Computeralgebrasysteme und / oder Tabellenkalkulation, um:
 - algebraische Ausdrücke zu vereinfachen und zu vergleichen
 - algebraische Gleichungen zu lösen
 - lineare Gleichungssysteme zu lösen und Matrizenberechnung durchzuführen
 - Funktionen algebraisch zu differenzieren und zu integrieren
 - Funktionen und Daten zweidimensional graphisch darzustellen
 - Werte der Binomialverteilung zu bestimmen

In der Abiturprüfung sind für den Aufgabensatz mit CAS **nicht zugelassen**:

- Schulinterne eigene Druckwerke,
- mathematische Fachbücher und mathematische Lexika

Punktevergabe und Arbeitszeit

Inhaltliche Leistung (Verstehensleistung)	135 Punkte
Darstellungsleistung	15 Punkte
Gesamtpunktzahl	150 Punkte

Bearbeitungszeit	255 Minuten
------------------	-------------