



**Zentrale Abiturprüfung 2013
Haupttermin
16.04.2013**

**Weiterer Leistungskurs
Mathematik
(mit CAS)**

Fachbereich Informatik

Unterlagen für die Lehrkraft



- 1 Aufgabenstellung** (vgl. Unterlagen für die Schülerinnen und Schüler)
- 2 Materialgrundlage** (vgl. Unterlagen für die Schülerinnen und Schüler)
- 3 Zugelassene Hilfsmittel** (vgl. Unterlagen für die Schülerinnen und Schüler)
- 4 Arbeitszeit und Punktevergabe** (vgl. Unterlagen für die Schülerinnen und Schüler)
- 5 Hinweise für die Aufgabenauswahl durch die Lehrkraft / den Prüfling**

Die jeweilige Fachlehrkraft entscheidet unter Aufsicht der Schulleitung am Downloadtag, ob für alle Prüflinge ihres Kurses der Aufgabensatz 1 (ohne CAS) oder der Aufgabensatz 2 (mit CAS) zur Verfügung gestellt wird.

Nach einer Auswahlzeit von drei Zeitstunden teilt die Fachlehrkraft der Schulleitung schriftlich die Entscheidung mit. Diese Entscheidung wird zu den Prüfungsakten genommen. Für die Prüflinge besteht keine Aufgabenauswahl. Sie erhalten keine zusätzliche Auswahlzeit.

Es sind folgende Hinweise zu beachten:

- Für eine hinreichende Anzahl von Ersatzsystemen (PCs bzw. Handhelds) ist zu sorgen.
- Alle Systeme sind vor der Prüfung in den Urzustand zu versetzen. Zusätzliche Tools bzw. ergänzende Programme sind auf den Systemen nicht zulässig. Die Schule stellt sicher, dass keine Verbindung der Systeme untereinander sowie keine Verbindung der Systeme zum Internet vorhanden sind.
- Der Lösungsweg ist von den Schülerinnen und Schülern in der Reinschrift textlich so zu dokumentieren, dass der Gedankengang der Problemlösung vollständig nachvollziehbar ist. Die Dokumentation ist integraler Bestandteil der Problemlösung und geht in die Bewertung der Prüfungsleistung ein.
- Wird der Computer zum Editieren von Aufgabenlösungen benutzt, muss der Prüfling zum Abschluss einen Computerausdruck seines Lösungstextes durch Unterschrift autorisieren. Die Erstellung des Computerausdrucks ist von der Schule innerhalb der Gesamtbearbeitungszeit so zu organisieren, dass beim Abgeben der Prüfungsarbeit der unterschriebene Ausdruck vorliegt. Nur der autorisierte Ausdruck ist Bestandteil der Prüfungsarbeit; die elektronische Version (Datei) kann nicht zur Korrektur oder Bewertung herangezogen werden.
- Die verwendete Technologie muss in den Prüfungsakten von der Fachlehrerin bzw. dem Fachlehrer mit Angabe des verwendeten Computeralgebrasystems bzw. Handheld-Typs mit der Version bzw. Versionsnummer vermerkt werden.

6 Aufgabenarten

1	Analysis
2	Stochastik
3	Lineare Algebra/Analytische Geometrie



7 Bezüge zu den Abiturvorgaben 2013

Analysis

- Funktionsklassen ganzrationale Funktionen,
- Funktionseigenschaften
 - o Kurvenscharen und Parameter in Funktionsvorschriften
 - o Lokale und globale Eigenschaften
 - o Aufstellen von Funktionsgleichungen aus Bedingungen
 - o Lineare Gleichungssysteme
- Integralrechnung
 - o Anwendungen des Integrals
 - o Flächenberechnung mit Hilfe des Integrals

Stochastik

- Grundlegende Begriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung
 - o Ergebnis, Ereignis, Wahrscheinlichkeit nach Laplace, Rechenregeln für Wahrscheinlichkeiten, Pfadregeln, Zählstrategien (Allgemeines Zählprinzip), Binomialkoeffizient, Fakultät)
- Zufallsgröße,
- Bedingte Wahrscheinlichkeit, Vier-Felder-Tafeln, Baumdiagramm
- Satz von Bayes
- Binomialverteilung
- Hypothesentest (auch mit Hilfe von σ -Umgebungen)

Lineare Algebra / Analytische Geometrie

- Geraden und Ebenen im \mathbb{R}^3
 - o Darstellungsformen von Geraden und Ebenen
 - o Schnittpunkte und Schnittgeraden
 - o Berechnung von Abständen (Punkt – Punkt)
- Projektion dreidimensionaler Objekte in den \mathbb{R}^2
- Grundlagen der Matrizenrechnung
 - o Elementare Matrizenoperationen
 - o Lineare Abbildungen und ihre Verkettungen
 - o Abbildungsmatrizen und affine Abbildungen
 - o Umkehrbare Abbildungen und inverse Matrizen



8 Vorgaben für die Bewertung der Schülerleistungen

a) inhaltliche Leistung

Aufgabe 1

Hinweis: Alternative Lösungen sind bei allen Teilaufgaben zulässig.

	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	maximal Punktzahl (AFB)																								
	Der Prüfling																									
1.1.1	... berechnet den Funktionsterm.																									
	Mit $f(5)=4$, $f(3)=4$, $f'(3)=0$, $f'(1)=11/25$ sowie $\int_2^5 (a \cdot x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x^2 + d \cdot x + e) dx = 11,8785$ ergibt sich für den Funktionsterm $f(x) = 0,01x^4 - 0,09x^3 + 0,17x^2 + 0,33x + 3,1$	6(I)																								
1.1.2	... klassifiziert ohne Rechnung und ohne Begründung tabellarisch die Graphen der Funktionenschar ...																									
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>k</th><th>Nullstellen</th><th>Punkte mit waagerechter Tangente</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>-4</td><td>2</td><td>3 (2TP, 1HP)</td></tr> <tr> <td>-3</td><td>0</td><td>3 (2TP, 1HP)</td></tr> <tr> <td>-2</td><td>0</td><td>1 Sattelpunkt, 1 Tiefpunkt</td></tr> <tr> <td>0</td><td>0</td><td>3 (2TP, 1HP)</td></tr> <tr> <td>5</td><td>0</td><td>1 Sattelpunkt, 1 Tiefpunkt</td></tr> <tr> <td>6</td><td>0</td><td>3 (2TP, 1HP)</td></tr> <tr> <td>7</td><td>2</td><td>3 (2TP, 1HP)</td></tr> </tbody> </table>	k	Nullstellen	Punkte mit waagerechter Tangente	-4	2	3 (2TP, 1HP)	-3	0	3 (2TP, 1HP)	-2	0	1 Sattelpunkt, 1 Tiefpunkt	0	0	3 (2TP, 1HP)	5	0	1 Sattelpunkt, 1 Tiefpunkt	6	0	3 (2TP, 1HP)	7	2	3 (2TP, 1HP)	7(III)
k	Nullstellen	Punkte mit waagerechter Tangente																								
-4	2	3 (2TP, 1HP)																								
-3	0	3 (2TP, 1HP)																								
-2	0	1 Sattelpunkt, 1 Tiefpunkt																								
0	0	3 (2TP, 1HP)																								
5	0	1 Sattelpunkt, 1 Tiefpunkt																								
6	0	3 (2TP, 1HP)																								
7	2	3 (2TP, 1HP)																								
1.1.3	... überprüft rechnerisch, ob es gemeinsame Punkte aller Graphen der Funktionenschar gibt.																									
	Mit $f_a(x) = f_b(x)$ und $a \neq b$ ergeben sich die gemeinsamen Punkte $P_1(5;4)$ und $P_2(-2;4)$. Die dritte Lösung $\frac{a+b}{2}$ ist parameterabhängig und kann deshalb verworfen werden.	4(II)																								
1.1.4	... bestätigt ... dass der Funktionsgraph von f_k für $k = 1,5$ achsensymmetrisch zu der Geraden mit $x = 1,5$ ist.																									
	Es gilt $f_{1,5}(1,5 + x) = f_{1,5}(1,5 - x)$ für alle $x \in D_f$	3(I)																								
1.2.1	... untersucht, für welches $k > 4,5$ die Fläche zwischen den Graphen von f_k und f_{k+1} im Intervall $[-2; 5]$ eine Maßzahl von 5 Flächeneinheiten besitzt.																									
	Es gilt: $A = \left \int_{-2}^5 (f_{k+1}(x) - f_k(x)) dx \right = \left \frac{343 \cdot k}{300} - \frac{343}{300} \right $ $A=5$ ergibt sich für $k = 1843/343 = 5,373$.	7(II)																								
1.2.2	... leitet den Flächeninhalt dieses Karos her.																									
	Schnittpunkte berechnen: links: zwischen $f_1(x)$ und $f_3(x)$ bei $x = 2$	7(II)																								



	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	maximal Punktzahl (AFB)
	<p>Mitte unten: zwischen $f_1(x)$ und $f_4(x)$ bei $x = 2,5$ Mitte oben: zwischen $f_3(x)$ und $f_2(x)$ bei $x = 2,5$ rechts: zwischen $f_4(x)$ und $f_2(x)$ bei $x = 3$.</p> <p>Fläche mit Hilfe des Integrals berechnen:</p> $\left \int_2^{2,5} (f_1(x) - f_3(x)) dx \right + \left \int_{2,5}^3 (f_4(x) - f_2(x)) dx \right = \frac{277}{4800} + \frac{87}{4800} = \frac{269}{2400} = 0,112$	
1.2.3	... berechnet, in welchem Intervall $[5; b]$ der Funktionsgraph die Länge 10 LE hat.	
	<p>Lösen der Gleichung $\int_5^b \sqrt{1 + (f_k'(x))^2} dx = 10$ für $k = 1$ liefert: $k = 1: b = 7,446$</p>	6(I)
1.3	... leitet unter Verwendung geeigneter Verschiebungen und Streckungen schrittweise einen Funktionsterm $v_k(x)$ her.	
	<p>Schritt 1: Verschiebung um 7 nach rechts: $v_{k,1}(x) = f_k(x - 7)$ Schritt 2: Verschiebung um 4 nach oben: $v_{k,2}(x) = f_k(x - 7) + 4$ Schritt 3: Streckung in y-Richtung mit dem Faktor 768/16 $v_{k,3}(x) = \frac{768}{16} \cdot v_{k,2}(x)$ Schritt 4: Streckung in x-Richtung mit dem Faktor 1024/17 $v_{k,4}(x) = v_{k,3}\left(\frac{1}{\frac{1024}{17}} \cdot x\right)$ und somit z.B.: $v_k(x) = \frac{768}{16} \cdot \left(\frac{1}{100} \cdot \left(\frac{17}{1024} \cdot x - 7 - k \right)^2 \left(\frac{17}{1024} \cdot x - 5 \right) \cdot \left(\frac{17}{1024} \cdot x - 12 \right) + 8 \right)$</p>	5(III)
Summe Aufgabe 1		45



Aufgabe 2

Hinweis: Alternative Lösungen sind bei allen Teilaufgaben zulässig.

	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	Punkte maximal (AFB)																
	Der Prüfling ...																	
2.1	... berechnet, wie viele Möglichkeiten es gibt, einen Code mit genau diesen sechs Zeichen einzugeben, wenn die ersten beiden Zeichen „M V“ sind.																	
	4!=24	4(I)																
2.2	... berechnet die Anzahl der möglichen Codes.																	
	52 ³ · 10 ³ = 140.608.000	4(I)																
2.3.1	... begründet, warum dieses Zufallsexperiment als Bernoulli-Kette aufgefasst werden kann.																	
	Es handelt sich um eine Bernoulli-Kette der Länge 80, da <ul style="list-style-type: none">- das Zufallsexperiment nur zwei Ausgänge besitzt. Das eine Ereignis ist „Zugang erhalten“ und das Gegenereignis ist „Zugang abgelehnt“.- die Trefferwahrscheinlichkeit p für jede Durchführung/Stufe gleich ist, hier gilt p = 32 %.	2(III)																
2.3.2	... berechnet die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 30 von 80 Zugangscodes durch das Programm entziffert werden.																	
	X: Anzahl der entzifferten Zugangscodes, n = 80, p = 0,32 P(x ≥ 30) = 0,1745	6(I)																
2.3.3	... bestimmt, wie viele Zugangscodes das Programm zu entschlüsseln versuchen muss, damit es mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 90 % mindestens einen Zugangscodes entziffert.																	
	X: Anzahl der entzifferten Zugangscodes, p = 0,32 P(x ≥ 1) > 0,9 ⇔ 1 - 0,68 ⁿ > 0,9 ⇔ n > 5,97 Es müssen mindestens 6 Zugangscodes sein.	5(II)																
2.4.1	... dokumentiert den angegebenen Sachverhalt in einer Vierfeldertafel.																	
	A: Datei wird aufgenommen \bar{A} : Datei wird nicht aufgenommen L: Datei legal \bar{L} : Datei illegal <table><tr><td></td><td>A</td><td>\bar{A}</td><td></td></tr><tr><td>L</td><td>0,3 · 0,92= 0,276</td><td>0,3 · 0,08= 0,024</td><td>0,3</td></tr><tr><td>\bar{L}</td><td>0,7 · 0,02=0,014</td><td>0,7 · 0,98=0,686</td><td>0,7</td></tr><tr><td></td><td>0,29</td><td>0,71</td><td>1</td></tr></table>		A	\bar{A}		L	0,3 · 0,92= 0,276	0,3 · 0,08= 0,024	0,3	\bar{L}	0,7 · 0,02=0,014	0,7 · 0,98=0,686	0,7		0,29	0,71	1	4(II)
	A	\bar{A}																
L	0,3 · 0,92= 0,276	0,3 · 0,08= 0,024	0,3															
\bar{L}	0,7 · 0,02=0,014	0,7 · 0,98=0,686	0,7															
	0,29	0,71	1															



	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	Punkte maximal (AFB)																
	Der Prüfling ...																	
2.4.2	... entscheidet, ob diese Aussage zutrifft.																	
	Aus der Vierfeldertafel kann man ablesen: $P_A(L) = \frac{P(A \cap L)}{P(A)} = \frac{0,276}{0,29} \approx 0,9517$ Die Behauptung, dass über 95% der Dateien legal sind, ist hiermit korrekt.	5(II)																
2.4.3	... beurteilt, wie viel Prozent der illegalen Dateien von dem Filterprogramm als illegal erkannt werden müssen, damit sogar 99 % der zum Download angebotenen Dateien legal sind.																	
	A: Datei wird aufgenommen L: Datei legal \bar{A} : Datei wird nicht aufgenommen \bar{L} : Datei illegal <table border="1"><tr><td></td><td>A</td><td>\bar{A}</td><td></td></tr><tr><td>L</td><td>$0,3 \cdot 0,92 = 0,276$</td><td>$0,3 \cdot 0,08 = 0,024$</td><td>0,3</td></tr><tr><td>\bar{L}</td><td>$0,7 \cdot (1-p)$</td><td>$0,7 \cdot p$</td><td>0,7</td></tr><tr><td></td><td>$0,976 - 0,7 \cdot p$</td><td>$0,024 + 0,7 \cdot p$</td><td>1</td></tr></table> $P_A(L) = \frac{P(A \cap L)}{P(A)} = \frac{0,276}{0,976 - 0,7 \cdot p} = 0,99 \Leftrightarrow p \approx 0,996$		A	\bar{A}		L	$0,3 \cdot 0,92 = 0,276$	$0,3 \cdot 0,08 = 0,024$	0,3	\bar{L}	$0,7 \cdot (1-p)$	$0,7 \cdot p$	0,7		$0,976 - 0,7 \cdot p$	$0,024 + 0,7 \cdot p$	1	4(III)
	A	\bar{A}																
L	$0,3 \cdot 0,92 = 0,276$	$0,3 \cdot 0,08 = 0,024$	0,3															
\bar{L}	$0,7 \cdot (1-p)$	$0,7 \cdot p$	0,7															
	$0,976 - 0,7 \cdot p$	$0,024 + 0,7 \cdot p$	1															
2.4.4	... bestimmt die Wahrscheinlichkeit, dass eine zum Download angebotene Datei dann legal ist.																	
	$p = \frac{0,3 \cdot 0,92^2}{0,3 \cdot 0,92^2 + 0,7 \cdot 0,02^2} \approx 0,9989$	4(II)																
2.4.5	... leitet mit Hilfe eines vollständigen Hypothesentests her, wie viele illegale Musikdateien man mindestens vorfinden muss, damit diese Behauptung aufrechterhalten werden kann.																	
	Die Behauptung „mindestens 70% der Musikdateien sind illegal“ soll bestätigt werden. Somit gilt: $H_0: p < 0,7$ $H_1: p \geq 0,7$ X sei die Anzahl der illegalen Musikdateien X ist bei wahrer Nullhypothese im Extremfall binomialverteilt mit $n = 500$ und $p = 0,7$. $A = \{0; 1; \dots; g-1\}$ sei der Annahmebereich von H_0 . $K = \{g; \dots; 500\}$ sei der Ablehnungsbereich von H_0 . $P(X \geq g) \leq 0,05 \Rightarrow P(X \leq g-1) \geq 0,95 \Rightarrow g-1 = 367 \Rightarrow g = 368$	7(III)																



	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	Punkte maximal (AFB)
	Der Prüfling ...	
	<p>oder mit Hilfe der σ – Umgebung:</p> <p>$n=500$ $p=0,7$ $\mu = 350$ $\sigma \approx 10,247$ ($>3 \rightarrow$ Laplace Bedingung erfüllt)</p> <p>Mit $r = 1,64 \cdot \sigma$ gilt: $\mu + r \cdot \sigma = 350 + 1,64 \cdot 10,247 = 366,805$</p> <p>Annahmebereich für H_0: $\{0; \dots 366\}$ Ablehnungsbereich für H_0: $\{367; \dots 500\}$</p> <p>Entscheidungsregel :</p> <p>Wenn eine Stichprobe ergibt, dass mindestens 368 (bzw. 367) Musikdateien illegal eingestellt sind, kann man mit 5%ger Irrtumswahrscheinlichkeit davon ausgehen, dass die obige Behauptung stimmt.</p>	
Summe Aufgabe 2		45



Aufgabe 3

Hinweis: Alternative Lösungen sind bei allen Teilaufgaben zulässig.

	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	maximal Punktzahl (AFB)
	Der Prüfling	
3.1.1	... begründet ohne Rechnung, warum P_1 und P_8 jeweils Fixpunkte sind.	
	Fixpunkte beider Projektionsarten: P_1 und P_8 liegen wegen $x_3 = 0$ bereits in der x_1 - x_2 -Ebene, so dass sie bei beiden Projektionen auf diese Ebene dort bleiben.	3(II)
3.1.2	... berechnet für beide Projektionsarten jeweils den Bildpunkt des Punktes P_4 auf der Rasenfläche neben dem Tor.	
	<p>Zentralprojektion Berechnung des Abbildungspunktes: Richtungsvektor:</p> $\vec{u_z} = \overrightarrow{KP_4} = \begin{pmatrix} 60 \\ -14,5 \\ 26 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 \\ 59,5 \\ 1,5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 61 \\ -74 \\ 24,5 \end{pmatrix}$ <p>Geradengleichungen g_z der Geraden durch die Punkte K und P_4 und dem Richtungsvektor $\vec{u_z}$:</p> <p>(i) $g_z: \vec{x} = \overrightarrow{OP_4} + \lambda \vec{u_z} = \begin{pmatrix} -1 \\ 59,5 \\ 1,5 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 61 \\ -74 \\ 24,5 \end{pmatrix}$</p> <p>Schnittpunkte mit der x_1-x_2-Ebene:</p> <p>es gibt ein $\lambda \in \mathbb{R}$ mit</p> $\begin{pmatrix} -1 \\ 59,5 \\ 1,5 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 61 \\ -74 \\ 24,5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \lambda = \frac{-3}{49} \Rightarrow$ $\overrightarrow{OP_{4z}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 59,5 \\ 1,5 \end{pmatrix} - \frac{3}{49} \begin{pmatrix} 61 \\ -74 \\ 24,5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{232}{49} \\ \frac{6275}{98} \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow P_{4z}'(-4,73; 64,0306; 0)$ <p>Parallelprojektion Berechnung des Abbildungspunktes:</p> <p>(ii) $g_p: \vec{x} = \overrightarrow{OP_4} + \lambda \vec{u_p} = \begin{pmatrix} -1 \\ 59,5 \\ 1,5 \end{pmatrix} + \lambda \left(\begin{pmatrix} 60 \\ -14,5 \\ 26 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 \\ 60,5 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$</p>	6(I)



	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	maximal Punktzahl (AFB)
	<p>Schnittpunkt mit der x_1-x_2-Ebene: es gibt ein $\lambda \in \mathbb{R}$ mit</p> $\begin{pmatrix} -1 \\ 59,5 \\ 1,5 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 61 \\ -75 \\ 25 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \lambda = \frac{-3}{50} \Rightarrow$ $\overrightarrow{OP_p'} = \begin{pmatrix} -1 \\ 59,5 \\ 1,5 \end{pmatrix} + \frac{-3}{50} \begin{pmatrix} 61 \\ -75 \\ 25 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{233}{50} \\ 64 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\Rightarrow P_{4p'}(-4,66; 64; 0)$	
3.1.3	... untersucht, ob bei der Zentralprojektion und bei der Parallelprojektion das Bild der Strecke $\overline{P_4P_5}$ parallel zur Strecke $\overline{P_1P_8}$ verläuft.	
	<p>Zentralprojektion: Für die Geraden durch P_4' und P_5' sowie P_1 und P_8 sind die Richtungsvektoren zu bestimmen. Gerade durch P_1 und P_8:</p> $\overrightarrow{u_{18}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 60 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 \\ 61 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ <p>Gerade durch P_4' und P_5':</p> $\vec{u} = \overrightarrow{KP_5'} = - \begin{pmatrix} 60 \\ -14,5 \\ 26 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 61,5 \\ 1,5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -61 \\ 76 \\ -24,5 \end{pmatrix}$ $g_z: \vec{x} = \overrightarrow{OP_5'} + \lambda \vec{u} = \begin{pmatrix} -1 \\ 61,5 \\ 1,5 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -61 \\ 76 \\ -24,5 \end{pmatrix}$ <p>Schnittpunkte mit der x_1-x_2-Ebene:</p> <p>es gibt ein $\lambda \in \mathbb{R}$ mit</p> $\begin{pmatrix} -1 \\ 62,5 \\ 1,5 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -61 \\ 76 \\ -24,5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \lambda = \frac{3}{49}$ $\overrightarrow{OP_5'} = \begin{pmatrix} -1 \\ 62,5 \\ 1,5 \end{pmatrix} + \frac{3}{49} \begin{pmatrix} -61 \\ 76 \\ -24,5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4,73 \\ 66,15 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{OP_5'} - \overrightarrow{OP_4'} = \begin{pmatrix} -\frac{232}{49} \\ \frac{6483}{98} \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -\frac{232}{49} \\ \frac{6275}{98} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{104}{49} \\ 0 \end{pmatrix} = -\frac{104}{49} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ <p>Dies ist ein Vielfaches von $\overrightarrow{u_{18}}$, damit sind die betrachteten Geraden bei Zentralprojektion parallel zueinander.</p> <p>Parallelprojektion: Gerade durch P_4' und P_5':</p>	6(II)



	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	maximal Punktzahl (AFB)
	$\vec{u} = \overrightarrow{KL} = \begin{pmatrix} 60 \\ -14,5 \\ 26 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 \\ 60,5 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 61 \\ -75 \\ 25 \end{pmatrix}$ $g_z: \vec{x} = \overrightarrow{OP_5} + \lambda \vec{u} = \begin{pmatrix} -1 \\ 61,5 \\ 1,5 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 61 \\ -75 \\ 25 \end{pmatrix}$ <p>Schnittpunkte mit der x_1-x_2-Ebene:</p> <p>es gibt ein $\lambda \in \mathbb{R}$ mit</p> $\begin{pmatrix} -1 \\ 61,5 \\ 1,5 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 61 \\ -75 \\ 25 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \lambda = -\frac{3}{50}$ $\overrightarrow{OP'_5} = \begin{pmatrix} -1 \\ 61,5 \\ 1,5 \end{pmatrix} - \frac{3}{50} \begin{pmatrix} 61 \\ -75 \\ 25 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{233}{50} \\ 66 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{OP'_5} - \overrightarrow{OP'_4} = \begin{pmatrix} -\frac{233}{50} \\ 66 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -\frac{233}{50} \\ 64 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} = -2 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ <p>Dies ist ein Vielfaches von $\overrightarrow{u_{18}}$, damit sind die betrachteten Geraden auch bei Parallelprojektion parallel zueinander.</p>	
3.2.1	... bestimmt die maximale Höhe der Kamera direkt über dem Anstoßpunkt AP(60; 45; 0).	
	<p>Maximale Höhe über dem Anstoßpunkt:</p> <p>Die maximale Höhe über dem Anstoßpunkt wird erreicht, wenn entweder die Seile von Q_1 und Q_3 oder Q_2 und Q_4 „stramm“ gespannt sind. Also ist zu bestimmen, welche der Geraden durch Q_1Q_3 bzw. Q_2Q_4 die größere Höhe über dem Anstoßpunkt besitzt.</p> $\vec{u}_{13} = \begin{pmatrix} 130 \\ 100 \\ 30 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -10 \\ -10 \\ 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 140 \\ 110 \\ 10 \end{pmatrix}$ $g_z: \vec{x} = \overrightarrow{OQ_1} + \lambda \vec{u} = \begin{pmatrix} -10 \\ -10 \\ 20 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 140 \\ 110 \\ 10 \end{pmatrix}$ <p>es gibt ein $\lambda \in \mathbb{R}$ mit</p> $\begin{pmatrix} -10 \\ -10 \\ 20 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 140 \\ 110 \\ 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 60 \\ 45 \\ h \end{pmatrix} \Rightarrow \lambda = 0,5$ <p>Senkrechte Höhe über dem Anstoßpunkt:</p> $\begin{pmatrix} -10 \\ -10 \\ 20 \end{pmatrix} + 0,5 \begin{pmatrix} 140 \\ 110 \\ 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 60 \\ 45 \\ 25 \end{pmatrix}$ <p>Hier beträgt die maximale Höhe 25m.</p>	5(II)



	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	maximal Punktzahl (AFB)
	$\vec{u}_{24} = \begin{pmatrix} 130 \\ -10 \\ 27 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -10 \\ 100 \\ 25 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 140 \\ -110 \\ 2 \end{pmatrix}$ $g_z: \vec{x} = \vec{OQ}_2 + \lambda \vec{u} = \begin{pmatrix} 130 \\ -10 \\ 27 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 140 \\ -110 \\ 2 \end{pmatrix}$ <p>es gibt ein $\lambda \in \mathbb{R}$ mit</p> $\begin{pmatrix} 130 \\ -10 \\ 27 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 140 \\ -110 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 60 \\ 45 \\ h \end{pmatrix} \Rightarrow \lambda = -0,5$ <p>Senkrechte Höhe über dem Anstoßpunkt:</p> $\begin{pmatrix} -10 \\ -10 \\ 20 \end{pmatrix} - 0,5 \begin{pmatrix} 140 \\ 110 \\ 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 60 \\ 45 \\ 26 \end{pmatrix}$ <p>Damit beträgt die maximale Höhe über dem Anstoßpunkt 26m.</p>	
3.2.2	... berechnet für diese Kameraposition die Gesamtseillänge von den Elektromotoren bis zur Kamera.	
	<p>Gegeben sind $Q_1(-10; -10; 20)$, $Q_2(130; -10; 27)$, $Q_3(130; 100; 30)$, $Q_4(-10; 100; 25)$ und $AP_{20}(60; 45; 20)$. Die Gesamtseillänge errechnet sich zu</p> $d = \sqrt{(60 - (-10))^2 + (45 - (-10))^2 + (20 - 20)^2}$ $+ \sqrt{(60 - 130)^2 + (45 - (-10))^2 + (20 - 27)^2}$ $+ \sqrt{(60 - 130)^2 + (45 - 100)^2 + (20 - 30)^2}$ $+ \sqrt{(60 - (-10))^2 + (45 - 100)^2 + (20 - 25)^2} = 357,06 \text{ m}$	4(I)
3.2.3	...bestimmt die Position der Kamera C und die fehlende Seillänge $\overline{Q_4C}$.	
	<p>Die Kamera befindet sich im Punkt $C(c_1; c_2; c_3)$. Für die Koordinaten des Punktes gelten die Gleichungen:</p> $80 = \sqrt{(c_1 - (-10))^2 + (c_2 - (-10))^2 + (c_3 - 20)^2}$ $90 = \sqrt{(c_1 - 130)^2 + (c_2 - (-10))^2 + (c_3 - 27)^2}$ $103 = \sqrt{(c_1 - 130)^2 + (c_2 - 100)^2 + (c_3 - 30)^2}$ <p>Lösen des Gleichungssystems führt zu der Lösung: $c_1 = 54,87$, $c_2 = 34,24$ und $c_3 = 4,69$ Die fehlende Länge ist</p> $\sqrt{(54,87 - (-10))^2 + (34,24 - 100)^2 + (4,69 - 25)^2} = 94,58 \text{ m}$ <p>Hinweis: Je nach eingesetztem CAS erhält man eine 2. Lösung, die aber verworfen werden kann.</p>	6(III)
3.3.1	... untersucht, ob die oben beschriebene Abbildung in dieser Form geschrieben werden kann.	



	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	maximal Punktzahl (AFB)
	$\delta: \vec{x} \rightarrow A \cdot \vec{x} + \vec{b} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \cdot \vec{x} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$ Es muss gelten $A \cdot \begin{pmatrix} 100 \\ 100 \end{pmatrix} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 240 \\ 200 \end{pmatrix}$, $A \cdot \begin{pmatrix} 200 \\ 100 \end{pmatrix} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 420 \\ 100 \end{pmatrix}$ und $A \cdot \begin{pmatrix} 175 \\ 150 \end{pmatrix} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 400 \\ 200 \end{pmatrix}$ Lösen des zugehörigen Gleichungssystems führt zu: $a_{11} = \frac{9}{5}$; $a_{12} = \frac{1}{2}$; $a_{21} = -1$; $a_{22} = \frac{3}{2}$; $b_1 = 10$ und $b_2 = 150$ Somit gibt es eine derartige Darstellungsform.	5(I)
3.3.2	... untersucht, ob diese Abbildung Fixpunkte besitzt.	
	$\gamma: \vec{x} \rightarrow A \cdot \vec{x} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \vec{x} + \begin{pmatrix} -100 \\ 400 \end{pmatrix}$ Ist $P(x_1; x_2)$ Fixpunkt der Abbildung, so gilt $A \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -100 \\ 400 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ Lösen des zugehörigen Gleichungssystems führt zu $x_1 = 200$ und $x_2 = 100$, damit ist $P(200; 100)$ einziger Fixpunkt der Abbildung.	4(II)
3.3.3	... bestimmt die Matrizengleichung für die Umkehrabbildung.	
	$\varphi: \vec{x} \rightarrow A_{\varphi} \cdot \vec{x} + \vec{b}_{\varphi} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \cdot \vec{x} + \begin{pmatrix} 100 \\ -30 \end{pmatrix}$ $(\varphi)^{-1}: \vec{x} \rightarrow A_{(\varphi)^{-1}} \cdot \vec{x} + \vec{b}_{(\varphi)^{-1}}$ Es muss gelten: $A_{(\varphi)^{-1}} \cdot A_{\varphi} \cdot \vec{x} + A_{(\varphi)^{-1}} \cdot \vec{b}_{\varphi} + \vec{b}_{(\varphi)^{-1}} = \vec{x}$ mit $A_{(\varphi)^{-1}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{11} & \frac{2}{11} \\ -\frac{4}{11} & \frac{3}{11} \end{pmatrix}$ ergibt sich $A_{(\varphi)^{-1}} \cdot \vec{b}_{\varphi} = \begin{pmatrix} \frac{40}{11} \\ -\frac{490}{11} \end{pmatrix}$, die Umkehrabbildung lautet somit $(\varphi)^{-1}: \vec{x} \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{1}{11} & \frac{2}{11} \\ -\frac{4}{11} & \frac{3}{11} \end{pmatrix} \cdot \vec{x} + \begin{pmatrix} -\frac{40}{11} \\ \frac{490}{11} \end{pmatrix}$	6(III)
Summe Aufgabe 3		45

Summe Aufgabe 1 – 3 **135**



b) Darstellungsleistung - aufgabenübergreifend

Anforderungen		Punkte maximal
1.	Der Prüfling... stellt den Lösungsweg in strukturierter Form dar.	4
2.	beachtet die Qualität der äußeren Form und hält formale Regeln ein.	4
3.	verwendet Fachsprache und Fachsymbolik.	4
4.	fertigt Zeichnungen, Grafiken und Tabellen in angemessener Qualität an.	3
Summe Darstellungsleistung		15
Summe (inhaltliche Leistung und Darstellungsleistung)		150



9 Bewertungsbogen zur Abiturprüfung im Fach Mathematik

Name des Prüflings: _____

a) inhaltliche Leistung

	Anforderungen	Punkte maximal	EK	ZK	DK
1	(Aufgabenstellung)				
1.1.1	Der Prüfling ... berechnet den Funktionsterm.	6			
1.1.2	... klassifiziert ohne Rechnung und ohne Begründung tabellarisch die Graphen der Funktionenschar ...	7			
1.1.3	... überprüft rechnerisch, ob es gemeinsame Punkte ... gibt.	4			
1.1.4	... bestätigt ..., dass der Funktionsgraph von f_k für $k = 1,5$ achsensymmetrisch zu der Geraden mit $x = 1,5$ ist.	3			
1.2.1	... untersucht, für welches $k > 4,5$ die Fläche zwischen den Graphen von f_k und f_{k+1} im Intervall $[-2; 5]$ eine Maßzahl von 5 Flächeneinheiten besitzt.	7			
1.2.2	... leitet den Flächeninhalt dieses Karos her.	7			
1.2.3	... berechnet, in welchem Intervall $[5; b]$ der Funktionsgraph die Länge 10 LE hat.	6			
1.3	... leitet unter Verwendung geeigneter Verschiebungen und Streckungen schrittweise einen Funktionsterm $v_k(x)$ her.	5			
Summe Aufgabe 1		45			

	Anforderungen	Punkte maximal	EK	ZK	DK
2	(Aufgabenstellung)				
2.1	Der Prüfling ... berechnet, wie viele Möglichkeiten es gibt, einen Code mit genau diesen sechs Zeichen einzugeben, wenn die ersten beiden Zeichen „M V“ sind.	4			



	Anforderungen	Punkte maximal	EK	ZK	DK
2.2	... berechnet die Anzahl der möglichen Codes.	4			
2.3.1	... begründet, warum dieses Zufallsexperiment als Bernoulli-Kette aufgefasst werden kann.	2			
2.3.2	... berechnet die Wahrscheinlichkeit, dass ...	6			
2.3.3	... bestimmt, wie viele Zugangscode das Programm zu entschlüsseln versuchen muss, damit es mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 90 % mindestens einen Zugangscode entziffert.	5			
2.4.1	... dokumentiert den angegebenen Sachverhalt in einer Vierfeldertafel.	4			
2.4.2	... entscheidet, ob diese Aussage zutrifft.	5			
2.4.3	... beurteilt, wie viel Prozent der illegalen Dateien von dem Filterprogramm als illegal erkannt werden müssen, damit ...	4			
2.4.4	... bestimmt die Wahrscheinlichkeit, dass eine zum Download angebotene Datei dann legal ist.	4			
2.4.5	... leitet ... her, wie viele illegale Musikdateien man mindestens vorfinden muss ...	7			
Summe Aufgabe 2		45			

	Anforderungen	Punkte maximal	EK	ZK	DK
3	(Aufgabenstellung)				
	Der Prüfling				
3.1.1	... begründet ohne Rechnung, warum P_1 und P_8 Fixpunkte sind.	3			
3.1.2	... berechnet für beide Projektionsarten jeweils den Bildpunkt des Punktes P_4 auf der Rasenfläche neben dem Tor.	6			
3.1.3	... untersucht, ob bei der Zentralprojektion und bei der Parallelprojektion das Bild der Strecke $\overline{P_4P_5}$ parallel zur Strecke $\overline{P_1P_8}$ verläuft.	6			
3.2.1	... bestimmt die maximale Höhe der Kamera ...	5			
3.2.2	... berechnet ... die Gesamtseillänge ...	4			



	Anforderungen	Punkte maximal	EK	ZK	DK
3.2.3	...bestimmt die Position der Kamera C und die fehlende Seillänge Q_4C .	6			
3.3.1	... untersucht, ob die oben beschriebene Abbildung in dieser Form geschrieben werden kann.	5			
3.3.2	... untersucht, ob diese Abbildung Fixpunkte besitzt.	4			
3.3.3	... bestimmt die Matrizengleichung für die Umkehrabbildung.	6			
Summe Aufgabe 3		45			

Summe inhaltliche Leistung

135			
------------	--	--	--

b) Darstellungsleistung - aufgabenübergreifend

	Anforderungen	Punkte maximal	EK	ZK	DK
1.	Der Prüfling... stellt den Lösungsweg in strukturierter Form dar.	4			
2.	beachtet die Qualität der äußeren Form und hält formale Regeln ein.	4			
3.	verwendet Fachsprache und Fachsymbolik	4			
4.	fertigt Zeichnungen, Grafiken und Tabellen in angemessener Qualität an.	3			
Summe Darstellungsleistung		15			

Summe (inhaltliche Leistung und Darstellungsleistung)

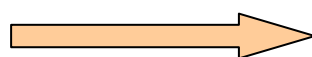
150			
------------	--	--	--



Notenfindung

% Anteil erbrachter Leistung		Noten- Punkte	Notenstufen	Rohpunkte	
von	bis			von	bis
95%	100%	15	sehr gut plus	143	150
90%	< 95%	14	sehr gut	135	142
85%	< 90%	13	sehr gut minus	128	134
80%	< 85%	12	gut plus	120	127
75%	< 80%	11	gut	113	119
70%	< 75%	10	gut minus	105	112
65%	< 70%	9	befriedigend plus	98	104
60%	< 65%	8	befriedigend	90	97
55%	< 60%	7	befriedigend minus	83	89
50%	< 55%	6	ausreichend plus	75	82
45%	< 50%	5	ausreichend	68	74
39%	< 45%	4	schwach ausreichend	59	67
33%	< 39%	3	mangelhaft plus	50	58
27%	< 33%	2	mangelhaft	41	49
20%	< 27%	1	mangelhaft minus	30	40
0%	< 20%	0	ungenügend	0	29

maximal erreichbare Gesamtpunktzahl



150

	EK	ZK	DK
Notenpunkte			
Ggf. Absenkung um bis zu zwei Notenpunkte gem. § 8 (4), APO-BK Anlage D			

Abschließende Bewertung der Klausur:

_____ (_____ Notenpunkte)

Datum Unterschrift (EK)

Datum Unterschrift (ZK)

Datum Unterschrift (DK)