



**Zentrale Abiturprüfung 2012  
Nachschreibtermin  
22.05.2012**

**Weiterer Leistungskurs**

**Mathematik**

**Fachbereich Informatik**

**Unterlagen für die Lehrkraft**



- 1 Aufgabenstellung** (vgl. Unterlagen für die Schülerinnen und Schüler)
- 2 Materialgrundlage** (vgl. Unterlagen für die Schülerinnen und Schüler)
- 3 Zugelassene Hilfsmittel** (vgl. Unterlagen für die Schülerinnen und Schüler)
- 4 Arbeitszeit und Punktevergabe** (vgl. Unterlagen für die Schülerinnen und Schüler)
- 5 Hinweise für die Aufgabenauswahl durch die Lehrkraft / den Prüfling**

Die jeweilige Fachlehrkraft entscheidet unter Aufsicht der Schulleitung am Downloadtag, ob für alle Prüflinge ihres Kurses der Aufgabensatz 1 (ohne CAS) oder der Aufgabensatz 2 (mit CAS) zur Verfügung gestellt wird.

Nach einer Auswahlzeit von drei Zeitstunden teilt die Fachlehrkraft der Schulleitung schriftlich die Entscheidung mit. Diese Entscheidung wird zu den Prüfungsakten genommen. Für die Prüflinge besteht keine Aufgabenauswahl. Sie erhalten keine zusätzliche Auswahlzeit.

Wird der Aufgabensatz 2 (mit CAS) gewählt, so sind folgende Hinweise zu beachten:

- Für eine hinreichende Anzahl von Ersatzsystemen (PCs bzw. Handhelds) ist zu sorgen.
- Alle Systeme sind vor der Prüfung in den Urzustand zu versetzen. Zusätzliche Tools bzw. ergänzende Programme sind auf den Systemen nicht zulässig. Die Schule stellt sicher, dass keine Verbindung der Systeme untereinander sowie keine Verbindung der Systeme zum Internet vorhanden sind.
- Der Lösungsweg ist von den Schülerinnen und Schülern in der Reinschrift textlich so zu dokumentieren, dass der Gedankengang der Problemlösung vollständig nachvollziehbar ist. Die Dokumentation ist integraler Bestandteil der Problemlösung und geht in die Bewertung der Prüfungsleistung ein.
- Wird der Computer zum Editieren von Aufgabenlösungen benutzt, muss der Prüfling zum Abschluss einen Computerausdruck seines Lösungstextes durch Unterschrift autorisieren. Die Erstellung des Computerausdrucks ist von der Schule innerhalb der Gesamtbearbeitungszeit so zu organisieren, dass beim Abgeben der Prüfungsarbeit der unterschriebene Ausdruck vorliegt. Nur der autorisierte Ausdruck ist Bestandteil der Prüfungsarbeit; die elektronische Version (Datei) kann nicht zur Korrektur oder Bewertung herangezogen werden.
- Die verwendete Technologie muss in den Prüfungsakten von der Fachlehrerin bzw. dem Fachlehrer mit Angabe des verwendeten Computeralgebrasystems bzw. Handheld-Typs mit der Version bzw. Versionsnummer vermerkt werden.

## **6 Aufgabenarten**

1	Analysis
2	Stochastik
3	Lineare Algebra / Analytische Geometrie



## 7 Bezüge zu den Abiturvorgaben 2012

### Analysis

- Funktionsklassen ganzrationale Funktionen, Exponentialfunktionen und deren Verknüpfungen
- Funktionseigenschaften
  - o Kurvenscharen und Parameter in Funktionsvorschriften
  - o Differenzierbarkeit und Stetigkeit
  - o Tangente und Normale
  - o Ableitungsregeln
  - o Nullstellen, Extrempunkte und Wendepunkte
- Extremwertprobleme
- Aufstellen von Funktionsgleichungen aus Bedingungen
  - o Lineare Gleichungssysteme
- Integration
  - o Umgang mit Integralfunktionen
  - o Bestimmung von Stammfunktionen
  - o Flächenberechnung mit Hilfe des Integrals

### Lineare Algebra / Analytische Geometrie

- Geraden und Ebenen im  $\mathbb{R}^3$   
Darstellungsformen von Geraden und Ebenen  
Schnittpunkte und Schnittgeraden  
Berechnung von Abständen
- Grundlagen der Matrizenrechnung  
Elementare Matrizenoperationen  
Lineare Abbildungen und ihre Verkettungen  
Abbildungsmatrizen und affine Abbildungen  
Umkehrbare Abbildungen und inverse Matrizen

### Stochastik

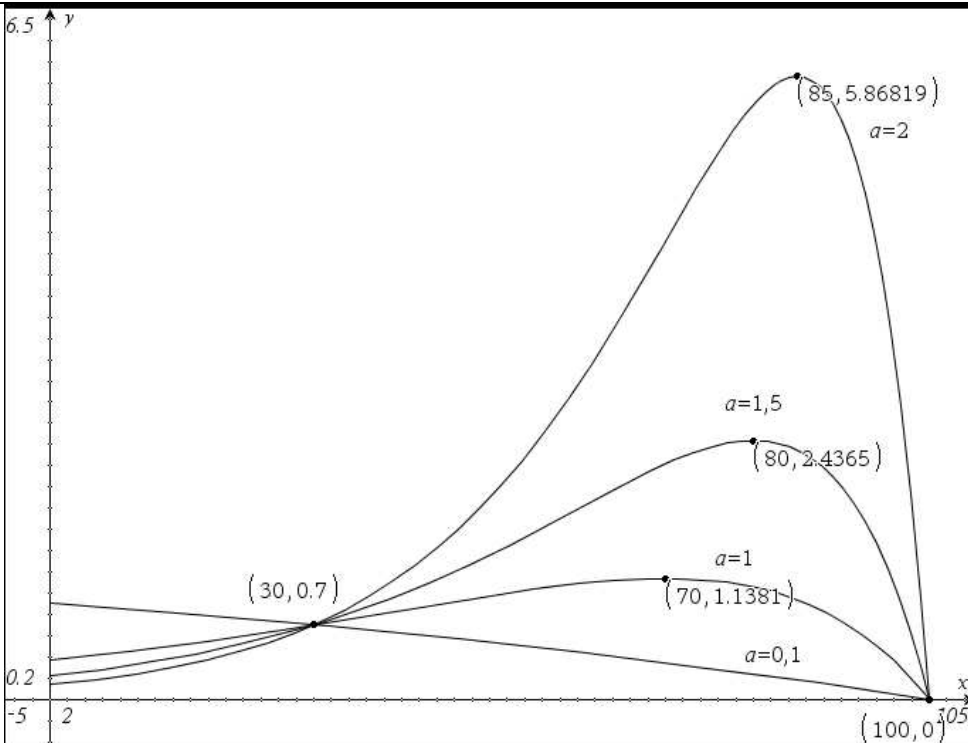
- Grundlegende Begriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung
  - o Ergebnis, Ereignis, Wahrscheinlichkeit nach Laplace, Rechenregeln für Wahrscheinlichkeiten, Pfadregeln, Zählstrategien (Allgemeines Zählprinzip, Binomialkoeffizient, n-Fakultät)
- Zufallsgrößen, Erwartungswert, Varianz, Standardabweichung
- Bedingte Wahrscheinlichkeit, Stochastische Unabhängigkeit, Vier-Felder-Tafeln
- Satz von Bayes
- Binomialverteilung
  - o Kenngrößen der Binomialverteilung (Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung)
- Hypothesentest

## 8 Vorgaben für die Bewertung der Schülerleistungen

### a) inhaltliche Leistung

#### Aufgabe 1

Hinweis: Alternative Lösungen sind bei allen Teilaufgaben zulässig.

	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	Punkte maximal (AFB)
	Der Prüfling...	
1.1		
1.1.1	... beurteilt, ob es eine Drehzahl $x$ gibt, bei der alle Drehmomente - unabhängig von $a$ - gleich sind.	
	$f_a(x) = f_b(x)$ mit $a \neq b \Leftrightarrow x = 30 \vee x = 100$ für $a \in ]0; 2]$ $f_a(30) = 0,7 \Rightarrow P_1(30; 0,7)$ $f_a(100) = 0 \Rightarrow P_2(100; 0)$	5(III)
1.1.2	... beschreibt unter Zuhilfenahme geeigneter Funktionsgraphen den Einfluss des Parameters $a$ auf den Kurvenverlauf.	
	 <p>Gemeinsamkeiten aller Kurven, d.h. Charakteristika, die unabhängig von dem Parameter <math>a</math> sind:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Die Graphen verlaufen durch den Punkt <math>P_1(30; 0,7)</math>, d.h. bei einer Drehzahl von 30 /s beträgt das Drehmoment stets 0,7 Nm.</li> <li>- Die gemeinsame Nullstelle ist <math>x = 100</math>, d.h. bei einer Drehzahl von 100/s beträgt das Drehmoment stets 0 Nm.</li> </ul> <p>Je kleiner <math>a</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- desto größer <math>f_a(0)</math>, d.h. desto größer das Anfangsdrehmoment.</li> <li>- desto kleiner ist die lokale Maximalstelle und desto kleiner ist das lokale</li> </ul>	5(II)



	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	Punkte maximal (AFB)
	Der Prüfling...	
	Maximum, d.h. das maximale Drehmoment ist kleiner und wird bei einer geringeren Drehzahl erreicht. - desto näher liegt der Wendepunkt am gemeinsamen Punkt $P_1$ .	
1.1.3	... untersucht die Kurvenschar in Abhängigkeit von $a$ hinsichtlich der Nullstellen und der lokalen Hoch- und Tiefpunkte.	
	<p>... Nullstellen:</p> $f_a(x) = 0 \Leftrightarrow (1 - 0,01 \cdot x) \cdot e^{a \cdot \left(\frac{1}{30}x - 1\right)} = 0 \Leftrightarrow x_0 = 100 \text{ für } a \in ]0; 2]$ <p>... lokale Extrempunkte mit Hilfe der ersten und zweiten Ableitung</p> $f'_a(x) = \left( (-0,01) + (1 - 0,01 \cdot x) \cdot \frac{a}{30} \right) \cdot e^{a \cdot \left(\frac{1}{30}x - 1\right)}$ $f''_a(x) = \left( (-0,02) + (1 - 0,01 \cdot x) \cdot \frac{a}{30} \right) \cdot \frac{a}{30} \cdot e^{a \cdot \left(\frac{1}{30}x - 1\right)}$ $f'_a(x_E) = 0 \text{ und } e^r > 0 \forall r \in \mathbb{R}$ $\Leftrightarrow \left( (-0,01) + (1 - 0,01 \cdot x_E) \cdot \frac{a}{30} \right) = 0 \Leftrightarrow x_E = 100 - \frac{30}{a}$ <p>Wegen <math>x \in [0; 100]</math> muss für den Parameter <math>a</math> gelten:</p> $0 < 100 - \frac{30}{a} < 100 \Leftrightarrow a \in ]0,3; 2]$ <p>Somit liegt für <math>a \in ]0,3; 2]</math> die einzig mögliche lokale Extremstelle bei <math>x_E = 100 - \frac{30}{a}</math>.</p> <p>Für <math>a \in ]0; 0,3]</math> existiert keine lokale Extremstelle.</p> $f'_a(x_E) = 0 \text{ und } f''_a(x_E) = -\frac{a}{3000} \cdot e^{\frac{7}{3}a-1} < 0 \Rightarrow x_E = 100 - \frac{30}{a} \text{ für } a \in ]0,3; 2]$ <p>ist lokale Maximalstelle.</p> $f_a(x_E) = \frac{3 \cdot e^{\frac{7}{3}a-1}}{10 \cdot a} \approx \frac{0,11036 \cdot 10,3123^a}{a} \Rightarrow \text{lok. } H_a \left( 100 - \frac{30}{a}; \frac{0,11036 \cdot 10,3123^a}{a} \right)$ $\text{lok. } H_a \left( 100 - \frac{30}{a}; \frac{3 \cdot e^{\frac{7}{3}a-1}}{10 \cdot a} \right) \text{ mit } a \in ]0,3; 2]$	9(II)



1.1.4	... bestimmt die Wendepunkte der Kurvenschar in Abhängigkeit von a.	
	$f_a''(x) = \left( (-0,02) + (1 - 0,01 \cdot x) \cdot \frac{a}{30} \right) \cdot \frac{a}{30} \cdot e^{a \cdot \left( \frac{1}{30}x - 1 \right)}$ $f_a'''(x) = \left( (-0,03) + (1 - 0,01 \cdot x) \cdot \frac{a}{30} \right) \cdot \left( \frac{a}{30} \right)^2 \cdot e^{a \cdot \left( \frac{1}{30}x - 1 \right)}$ $f_a''(x_W) = 0 \quad \text{und} \quad e^r \neq 0 \Leftrightarrow \left( (-0,02) + (1 - 0,01 \cdot x_W) \cdot \frac{a}{30} \right) = 0$ $\Leftrightarrow x_W = 100 - \frac{60}{a}$ <p>Wegen <math>x \in [0; 100]</math> muss für den Parameter a gelten:</p> $0 < 100 - \frac{60}{a} \Leftrightarrow a < 0 \vee a > \frac{3}{5} \quad \text{und} \quad 100 - \frac{60}{a} < 100 \Leftrightarrow a > 0$ <p>Somit ist <math>x_W = 100 - \frac{60}{a}</math> die einzig mögliche Wendestelle für <math>a \in ]0,6; 2]</math>, für <math>a \in ]0; 0,6]</math> existiert keine Wendestelle.</p> $f_a''(x_W) = 0 \quad \text{und} \quad f_a'''(x_W) = \frac{-a^2 \cdot e^{\frac{7 \cdot a}{3} - 2}}{90.000} < 0 \Rightarrow x_W = 100 - \frac{60}{a} \text{ für } a \in ]0,6; 2]$ <p>ist Wendestelle</p> $f_a(x_W) = \frac{3 \cdot e^{\frac{7 \cdot a}{3} - 2}}{5 \cdot a} \Rightarrow W_a \left( 100 - \frac{60}{a}; \frac{3 \cdot e^{\frac{7 \cdot a}{3} - 2}}{5 \cdot a} \right) \text{ mit } a \in ]0,6; 2].$	5(II)
1.1.5	... bestimmt den Funktionsterm der Ortskurve.	
	$P_a \left( 100 - \frac{30}{a}; \frac{3 \cdot e^{\frac{7 \cdot a}{3} - 1}}{10 \cdot a} \right) \text{ mit } a \in ]0,3; 2]$ $x = 100 - \frac{30}{a} \Leftrightarrow a = \frac{-30}{x - 100} \text{ mit } a \in ]0,3; 2] \text{ und } x \in ]0; 85]$ $o(x) = \frac{3 \cdot e^{\frac{7 \cdot \left( \frac{-30}{x-100} \right) - 1}}{10 \cdot \left( \frac{-30}{x-100} \right)} = \frac{-(x-100) \cdot e^{\frac{-70}{x-100} - 1}}{100} \text{ mit } x \in ]0; 85]$	3(I)



1.2.	... ermittelt eine ganzrationale Funktion g, die die Funktion $f_{1,2}$ ersetzen könnte.	
	<p>Es gilt:</p> $g(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x^2 + d \cdot x + e$ $g'(x) = 4a \cdot x^3 + 3b \cdot x^2 + 2c \cdot x + d$ $g''(x) = 12a \cdot x^2 + 6b \cdot x + 2c$ <p><math>P(0; 0,3) \Rightarrow g(0) = 0,30</math></p> <p>lokaler Extrempunkt <math>E(75; 1,51) \Rightarrow g'(75) = 0 \wedge g(75) = 1,51</math></p> <p>Wendepunkt <math>W(50; 1,11) \Rightarrow g''(50) = 0 \wedge g(50) = 1,11</math></p> <p>Ergebnis:</p> $a \approx -1,147 \cdot 10^{-7}; b \approx 0,0000144; c \approx -0,000446; d \approx 0,0167; e = 0,3$ $g(x) = -1,147 \cdot 10^{-7} \cdot x^4 + 0,0000144 \cdot x^3 - 0,000446 \cdot x^2 + 0,0167 \cdot x + 0,3$	7(I)
1.3		
1.3.1	... leitet in Abhängigkeit von a das durchschnittliche Drehmoment für $f_a$ in $[0; 100]$ her ...	
	$\frac{1}{100} \int_0^{100} f_a(x) dx = -\frac{3 \cdot e^{-a} \cdot (3 - 3 \cdot e^{\frac{10 \cdot a}{3}} + 10 \cdot a)}{100 \cdot a^2}$	8(III)
1.3.2	... bestimmt den Parameter $a \in [1; 2]$ so, dass der Elektromotor den Anforderungen des Kunden genügt.	
	$\frac{1}{100} \int_0^{100} f_a(x) dx = 1,2 \Rightarrow a = 1,4478$	3(I)
Summe Aufgabe 1		45

## Aufgabe 2

**Hinweis: Alternative Lösungen sind bei allen Teilaufgaben zulässig.**

	<b>Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)</b>	Punkte maximal (AFB)
	Der Prüfling...	
2.1		
2.1.1	... bestimmt die Wahrscheinlichkeit, dass unter diesen Flugzeugen höchstens 30 von einem deutschen Flughafen kommen.	
	<p>X sei die Anzahl der Flugzeuge, die einen deutschen Abflughafen haben.</p> <p>X ist binomialverteilt mit <math>n = 70</math> und <math>p = 0,45</math>.</p> <p><math>P(X \leq 30) = 0,40665</math></p>	3(I)



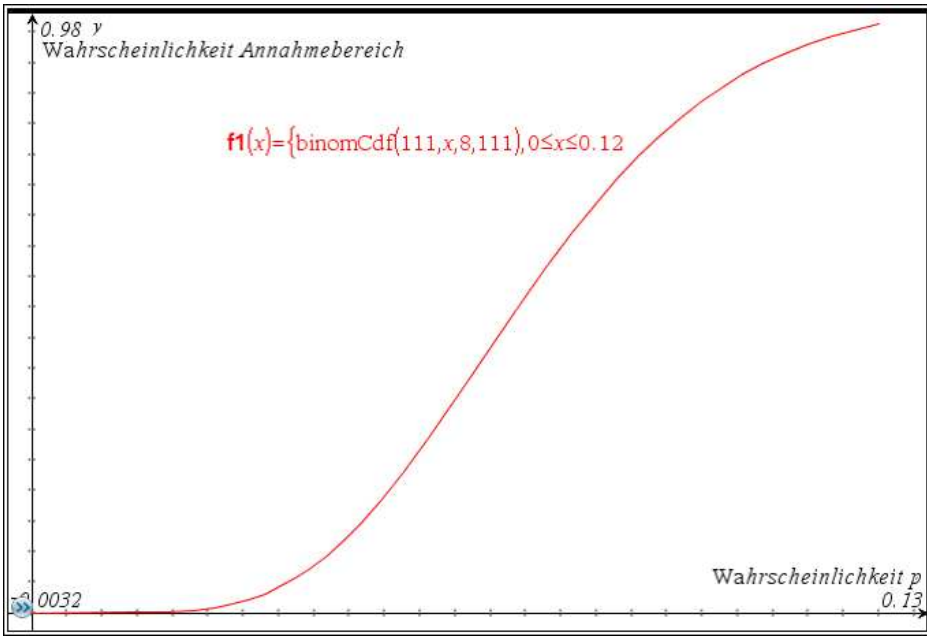
	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	Punkte maximal (AFB)																
	Der Prüfling...																	
2.1.2	...ermittelt die Wahrscheinlichkeit, dass unter diesen Flugzeugen mindestens 18 und höchstens 32 von einem deutschen Flughafen kommen.																	
	X sei die Anzahl der Flugzeuge, die einen deutschen Abflughafen haben. X ist binomialverteilt mit n = 70 und p = 0,45. $P(18 \leq X \leq 32) = 0,59602$	3(I)																
2.1.3	... berechnet die Wahrscheinlichkeit, dass genau 20 Flugzeuge aus Deutschland kommen.																	
	X sei die Anzahl der Flugzeuge, die einen deutschen Abflughafen haben. X ist binomialverteilt mit n = 70 und p = 0,45. $P(X = 20) = 0,001957$	3(I)																
2.1.4	...ermittelt die Wahrscheinlichkeit, dass die ersten 5 ankommenden Flugzeuge aus Deutschland stammen und insgesamt genau 35 Flugzeuge keinen deutschen Abflughafen haben.																	
	X sei die Anzahl der Flugzeuge, die einen deutschen Abflughafen haben. X ist binomialverteilt mit n = 65 und p = 0,45. $p = 0,45^5 \cdot \binom{65}{30} \cdot 0,45^{30} \cdot 0,55^{35} = 0,001793$	4(II)																
2.2	...leitet die Wahrscheinlichkeit p her, dass ein am Flughafen Düsseldorf aufgegebenes Gepäckstück den Zielort Palma de Mallorca hat.																	
	A: mindestens ein Gepäckstück geht nicht nach Palma de Mallorca $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - p^2$ $1 - p^2 = 0,96 \Leftrightarrow p = 0,2$ → Die Wahrscheinlichkeit beträgt 0,2.	4(II)																
2.3																		
2.3.1	... stellt den Sachverhalt in einer Vierfeldertafel dar ....																	
	M: Fluggast trägt einen Metallgegenstand bei sich $\bar{M}$ : Fluggast trägt keinen Metallgegenstand bei sich A: Alarm wird ausgelöst $\bar{A}$ : Alarm wird nicht ausgelöst <table><tr><td></td><td>M</td><td><math>\bar{M}</math></td><td></td></tr><tr><td>A</td><td>0,0396</td><td>0,0288</td><td>0,0684</td></tr><tr><td><math>\bar{A}</math></td><td>0,0004</td><td>0,9312</td><td>0,9316</td></tr><tr><td></td><td>0,04</td><td>0,96</td><td>1</td></tr></table>		M	$\bar{M}$		A	0,0396	0,0288	0,0684	$\bar{A}$	0,0004	0,9312	0,9316		0,04	0,96	1	4(II)
	M	$\bar{M}$																
A	0,0396	0,0288	0,0684															
$\bar{A}$	0,0004	0,9312	0,9316															
	0,04	0,96	1															





	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	Punkte maximal (AFB)																
	Der Prüfling...																	
	... bestimmt die Wahrscheinlichkeit für einen Fehlalarm.																	
	$P_A(\overline{M}) = \frac{P(A \cap \overline{M})}{P(A)} = \frac{0,96 \cdot 0,03}{0,04 \cdot 0,99 + 0,96 \cdot 0,03} = 0,42105$	3(II)																
2.3.2	... bestimmt die Wahrscheinlichkeit, dass ein Fluggast trotzdem einen Metallgegenstand bei sich geführt hat.																	
	$P_{\overline{A}}(M) = \frac{P(\overline{A} \cap M)}{P(\overline{A})} = \frac{0,04 \cdot 0,01}{0,04 \cdot 0,01 + 0,96 \cdot 0,97} = 0,000429$	3(II)																
2.3.3	...leitet $f_A(p)$ her....																	
	<table border="1"><tr><td></td><td>M</td><td><math>\overline{M}</math></td><td></td></tr><tr><td>A</td><td>0,99 p</td><td>0,03 (1-p)</td><td>0,99 p + 0,03 (1-p)</td></tr><tr><td><math>\overline{A}</math></td><td>0,01 p</td><td>0,97 (1-p)</td><td>0,01 p + 0,97 (1-p)</td></tr><tr><td></td><td>0,04</td><td>1 - p</td><td>1</td></tr></table> <p>Fehlalarm: <math display="block">f_A(p) = \frac{P(A \cap \overline{M})}{P(A)} = \frac{0,03 \cdot (1-p)}{0,99p + 0,03 \cdot (1-p)}</math></p>		M	$\overline{M}$		A	0,99 p	0,03 (1-p)	0,99 p + 0,03 (1-p)	$\overline{A}$	0,01 p	0,97 (1-p)	0,01 p + 0,97 (1-p)		0,04	1 - p	1	3(III)
	M	$\overline{M}$																
A	0,99 p	0,03 (1-p)	0,99 p + 0,03 (1-p)															
$\overline{A}$	0,01 p	0,97 (1-p)	0,01 p + 0,97 (1-p)															
	0,04	1 - p	1															
	.... beweist, dass für wachsendes p die Wahrscheinlichkeit eines Fehlalarms geringer wird.																	
	Es gilt: Für alle $p \in [0;1]$ gilt: $f'_A(p) < 0 \Rightarrow f_A$ ist streng monoton fallend und hieraus folgt die Behauptung.	3(III)																
2.4.1	... leitet mit Hilfe eines vollständigen Hypothesentests her, wie viele dieser 111 Gepäckstücke maximal fehlerhaft erfasst sein dürfen.																	
	<p>p ist die Wahrscheinlichkeit für das fehlerhafte elektronische Einlesen.</p> <p><math>H_0 : p &gt; 0,12</math></p> <p><math>H_1 : p \leq 0,12</math></p> <p>Stichprobenumfang: <math>n = 111</math>; Irrtumswahrscheinlichkeit <math>\alpha = 0,10</math>.</p> <p>X: Anzahl der fehlerhaft eingescannten Gepäckstücke unter 111 Gepäckstücken.</p> <p>X ist bei wahrer Nullhypothese binomialverteilt mit <math>n = 111</math> und <math>p = 0,12</math>.</p> <p><math>K = \{0, \dots, g\}</math> sei der Ablehnungsbereich von <math>H_0</math>.</p> <p><math>P(X \leq g) \leq 0,10 \Rightarrow g = 8</math></p> <p>Oder:</p> <p><math>\mu = 111 \cdot 0,12 = 13,32</math></p> <p><math>\sigma = \sqrt{111 \cdot 0,12 \cdot 0,88} = 3,42</math></p>	5(III)																



	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	Punkte maximal (AFB)
	Der Prüfling...	
	Die Laplace-Bedingung ist somit erfüllt. Ablehnungsbereich von $H_0$ (= Annahmebereich von $H_1$ ) $\mu - 1,28 \cdot 3,42 = 8,94 \Rightarrow K = \{0; \dots; 8\}$ Entscheidungsregel: Wenn maximal 8 Gepäckstücke falsch eingelesen werden, ist die Behauptung, das neue Gepäcktransportsystem sei eine Verbesserung, akzeptiert.	
2.4.2	... zeichnet den Graphen von O.	
		4(I)
	... interpretiert die Funktion O im Sachzusammenhang.	
	Der Graph von O beschreibt für $p \leq 0,12$ den Fehler 2. Art ( $\beta$ – Fehler).	3(III)
	Summe Aufgabe 2	45

### Aufgabe 3

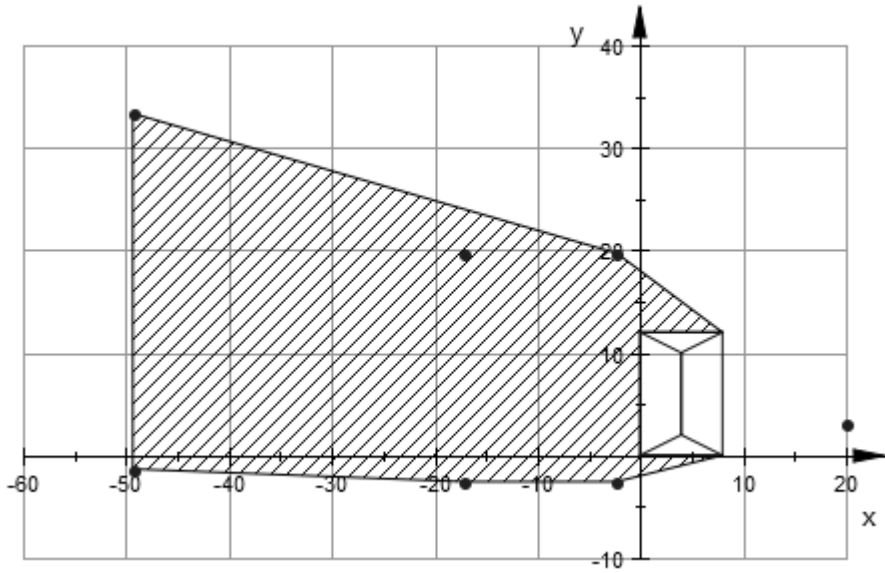
Hinweis: Alternative Lösungen sind bei allen Teilaufgaben zulässig.

	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	Punkte maximal (AFB)
	Der Prüfling...	
3.1		
3.1.1	... zeigt, dass die durch die vertikalen Fensterbegrenzungen verursachten Schattenlinien innerhalb des Hauses auf dem Boden nicht parallel verlaufen.	
	Zunächst können die Eckpunkte des Schattenwurfes, der durch das Fenster verursacht wird, bestimmt werden.	8(II)



	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	Punkte maximal (AFB)
	Der Prüfling...	
	<p> <math display="block">g_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 20 \\ 3 \\ 6,5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 20 \\ 3 \\ 6,5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \\ 3 \\ 6,5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 12 \\ 1 \\ 5,5 \end{pmatrix} \text{ mit } r \in \mathbb{R}</math> </p> <p> <math>5,5 \cdot r + 6,5 = 0</math> liefert <math>r = -1,18</math> und somit <math>\vec{x}_1 = \begin{pmatrix} 5,82 \\ 1,82 \\ 0 \end{pmatrix}</math>, </p> <p>also 1. Eckpunkt: <math>S_1(5,82; 1,82; 0)</math>.  Analoge Bestimmung der weiteren Eckpunkte liefert  <math>S_2(5,82; 4,18; 0)</math>, <math>S_3(0,5; 4,625; 0)</math> und <math>S_4(0,5; 1,375; 0)</math>.</p> <p>Die vertikalen Schattenlinien entsprechen den Strecken <math>\overline{S_1S_4}</math> und <math>\overline{S_2S_3}</math>.</p> <p>Für die zugehörigen Geraden ergeben sich die Richtungsvektoren</p> <p> <math display="block">\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 5,82 \\ 1,82 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0,5 \\ 1,375 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5,32 \\ 0,445 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ bzw. } \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 5,82 \\ 4,18 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0,5 \\ 4,625 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5,32 \\ -0,445 \\ 0 \end{pmatrix}.</math> </p> <p>wegen <math>\vec{v}_1 \neq r \cdot \vec{v}_2, \forall r \in \mathbb{R}</math> liegen die Geraden und daher auch die Schattenlinien <u>nicht</u> parallel.</p>	
3.1.2	... zeigt, dass die durch die horizontalen Fensterbegrenzungen verursachten Schattenlinien innerhalb des Hauses auf dem Boden parallel verlaufen.	
	<p>Die horizontalen Schattenlinien entsprechen den Strecken <math>\overline{S_1S_2}</math> und <math>\overline{S_4S_3}</math>.</p> <p>Für die zugehörigen Geraden ergeben sich die Richtungsvektoren</p> <p> <math display="block">\vec{v}_3 = \begin{pmatrix} 5,82 \\ 1,82 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5,82 \\ 4,18 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2,36 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ bzw. } \vec{v}_4 = \begin{pmatrix} 0,5 \\ 1,375 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0,5 \\ 4,625 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3,25 \\ 0 \end{pmatrix}.</math> </p> <p><math>\exists r \in \mathbb{R}</math> mit <math>r \cdot \vec{v}_3 = \vec{v}_4</math>.</p> <p>Damit liegen die Geraden und daher auch die Schattenlinien parallel.</p>	4(II)
3.2	... zeigt, dass der Eckpunkt $Q_1$ ebenfalls von einem von L ausgehenden Lichtstrahl getroffen wird.	
	<p>Es sei <math>Q_2(8; 0; 3)</math>.  Der von L ausgehende Lichtstrahl trifft <math>Q_1</math>, wenn der Punkt L „oberhalb“ der durch die Punkte <math>Q_1</math>, <math>Q_2</math> und <math>R_1</math> verlaufenden Ebene E liegt. Die Ebenengleichung lautet:</p> <p> <math display="block">E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ mit } r, s \in \mathbb{R}.</math> </p> <p>Der Schnittpunkt der Ebene E mit der Geraden <math>g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 20 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}</math>, auf</p>	6(III)



	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	Punkte maximal (AFB)
	Der Prüfling...	
	der der Laternenpfahl liegt, ist $S(20; 3; 6,0)$ . Da die $x_3$ -Koordinate der Lichtquelle um 0,5 größer ist als die $x_3$ -Koordinate von S, „ragt“ die Laterne um 0,5 m über die Ebene E hinaus und der Punkt $Q_1$ wird von dem Lichtstahl getroffen.	
3.3	... berechnet die Punkte $R'_1$ und $R'_2$ , die durch den Schattenwurf der beiden Firstpunkte $R_1$ und $R_2$ erzeugt werden.	
	Es sind die Schnittpunkte der von L ausgehenden und durch die Punkte $R_1$ und $R_2$ verlaufenden Geraden mit der $x_1$ - $x_2$ -Ebene zu bestimmen. $R'_1(-49,33; -1,33; 0)$ $R'_2(-49,33; 33,33; 0)$	4(I)
	... zeichnet die Punkte $R'_1$ und $R'_2$ sowie die gesamte Schattenwurfgrenze in die Abbildung im Anhang ein.	
		4(I)
3.4	... bestimmt die Geradengleichung der Schattenwurfgrenze, die vom First $\overline{R_1 R_2}$ des ersten Hauses auf der dem ersten Haus zugewandten Dachschräge des zweiten Hauses verursacht wird.	
	Die durch den First des 1. Hauses verursachte Schattengrenze entspricht der Ebenengleichung:	6(II)



	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	Punkte maximal (AFB)
	Der Prüfling...	
	$E_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 20 \\ 3 \\ 6,5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 20 \\ 3 \\ 6,5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 20 \\ 3 \\ 6,5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ 10 \\ 5 \end{pmatrix}$ $= \begin{pmatrix} 20 \\ 3 \\ 6,5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 16 \\ 1 \\ 1,5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 16 \\ -7 \\ 1,5 \end{pmatrix}, r, s \in \mathbb{R}$ <p>Ein Eckpunkt des Firsts des 2. Hauses hat die Koordinaten <math>R_{21}(-20; 2; 5)</math> und ein oberer Eckpunkt hat die Koordinaten <math>Q_{23}(-16; 12; 3)</math>. Die Ebenengleichung für die Dachschräge des 2. Hauses lautet somit:</p> $E_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} -16 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -16 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -20 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -16 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -16 \\ 12 \\ 3 \end{pmatrix}$ $= \begin{pmatrix} -16 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -12 \\ 0 \end{pmatrix}, r, s \in \mathbb{R}$ <p>Die Schnittgerade der beiden Ebenen lautet: <math>g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -16,21 \\ 0 \\ 3,11 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, r \in \mathbb{R}.</math></p>	
3.5.1	... bestimmt die zugehörige affine Abbildung ...	
	<p>Gesucht ist eine affine Abbildung <math>\alpha: \vec{x}' = A \cdot \vec{x} + \vec{c} = \begin{pmatrix} a_{11} &amp; a_{12} \\ a_{21} &amp; a_{22} \end{pmatrix} \cdot \vec{x} + \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}</math> mit</p> $\alpha \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \\ 30 \end{pmatrix}, \alpha \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 28 \\ 30 \end{pmatrix} \text{ und } \alpha \begin{pmatrix} 8 \\ 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 34 \\ 42 \end{pmatrix}.$ <p>Lösen des Gleichungssystems liefert <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; 0,5 \\ 0 &amp; 1 \end{pmatrix}</math> und <math>\vec{c} = \begin{pmatrix} 20 \\ 30 \end{pmatrix}.</math></p>	6(I)
	... und beurteilt, ob diese Abbildung für die Verwendung in dem Architekturprogramm brauchbar ist.	
	<p>Die Abbildung ist nicht brauchbar, da ...</p> <p>... sie offensichtlich nicht winkeltreu ist. Sie bildet das Rechteck auf ein Parallelogramm ab.</p> <p>oder</p> <p>... die Strecke <math>\overline{P_1P_2}</math> auf <math>\overline{P'_1P'_2}</math> abgebildet wird und es gilt <math> P_1P_2  =  P'_1P'_2  = 8</math>. Die Strecke <math>\overline{P_3P_2}</math> wird auf <math>\overline{P'_3P'_2}</math> abgebildet und es gilt <math>12 =  P_3P_2  \neq  P'_3P'_2  = 13</math>. Die Abbildung ist also nicht längentreu.</p>	3(III)



3.5.2	... leitet eine affine Abbildung $\beta$ mit dem allgemeinen Drehwinkel $\varphi$ um den Mittelpunkt M her.	
	Vor Anwendung der Drehmatrix $D = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{pmatrix}$ auf die Eckpunkte des Hauses müssen diese um $-\vec{m} = -\begin{pmatrix} 60 \\ 6 \end{pmatrix}$ verschoben werden. Nach der Drehung ist diese Verschiebung wieder rückgängig zu machen. Somit ergibt sich folgende Abbildung: $\beta : \vec{x}' = D \cdot (\vec{x} - \vec{m}) \cdot \vec{x} + \vec{m}$	4(III)
	Summe Aufgabe 3	45
	Summe Aufgabe 1 – 3	135

**b) Darstellungsleistung - aufgabenübergreifend**

	Anforderungen	Punkte maximal
1	Der Prüfling... stellt den Lösungsweg in strukturierter Form dar.	4
2	beachtet die Qualität der äußeren Form und hält formale Regeln ein.	4
3	verwendet Fachsprache und Fachsymbolik.	4
4	fertigt Zeichnungen, Grafiken und Tabellen in angemessener Qualität an.	3
<b>Summe Darstellungsleistung</b>		<b>15</b>
<b>Summe (inhaltliche Leistung und Darstellungsleistung)</b>		<b>150</b>



## 9 Bewertungsbogen zur Abiturprüfung im Fach Mathematik

Name des Prüflings: \_\_\_\_\_

### a) inhaltliche Leistung

	Anforderungen	Punkte maximal	EK	ZK	DK
<b>1</b>					
	Der Prüfling				
1.1.1	... beurteilt, ob es eine entsprechende Drehzahl $x$ gibt.	5			
1.1.2	... beschreibt den Kurvenverlauf.	5			
1.1.3	... untersucht die Kurvenschar hinsichtlich der Nullstellen und der lokalen Hoch- und Tiefpunkte....	9			
1.1.4	... bestimmt die Wendepunkte der Kurvenschar in Abhängigkeit von $a$ .	5			
1.1.5	... bestimmt den Funktionsterm der Ortskurve.	3			
1.2.	... ermittelt eine entsprechende ganzrationale Funktion $g$ .	7			
1.3.1	... leitet das durchschnittliche Drehmoment her.	8			
1.3.2	... bestimmt den Parameter $a \in [1; 2]$ .	3			
<b>Summe Aufgabe 1</b>		<b>45</b>			

	Anforderungen	Punkte maximal	EK	ZK	DK
<b>2</b>					
	Der Prüfling				
2.1.1	... bestimmt die Wahrscheinlichkeit, dass es höchstens 30 sind.	3			
2.1.2	... ermittelt die Wahrscheinlichkeit, dass es mindestens 18 und höchstens 32 sind.	3			
2.1.3	... berechnet die Wahrscheinlichkeit, dass es genau 20 sind.	3			
2.1.4	... ermittelt die Wahrscheinlichkeit, dass die ersten 5 aus Deutschland stammen, es trotzdem aber genau 35 sind.	4			
2.2	... leitet die Wahrscheinlichkeit $p$ her, dass ein aufgegebenes Gepäckstück den Zielort Palma de Mallorca hat.	4			



	Anforderungen	Punkte maximal	EK	ZK	DK
2.3.1	... stellt den Sachverhalt in einer Vierfeldertafel dar.	4			
	... bestimmt die Wahrscheinlichkeit für einen Fehlalarm.	3			
2.3.2	... bestimmt die Wahrscheinlichkeit, dass ein Fluggast trotzdem einen Metallgegenstand bei sich geführt hat.	3			
2.3.3	...leitet $f_A(p)$ her....	3			
	.... beweist die Behauptung.	3			
2.4.1	... leitet die Behauptung her.	5			
2.4.2	... zeichnet den Graphen von O.	4			
	... interpretiert die Funktion O im Sachzusammenhang.	3			
<b>Summe Aufgabe 2</b>		<b>45</b>			

	Anforderungen	Punkte maximal	EK	ZK	DK
<b>3</b>					
	Der Prüfling				
3.1.1	... zeigt, dass die durch die vertikalen Fensterbegrenzungen verursachten Schattenlinien nicht parallel verlaufen.	8			
3.1.2	... zeigt, dass die durch die horizontalen Fensterbegrenzungen verursachten Schattenlinien parallel verlaufen.	4			
3.2	... zeigt, dass $Q_1$ von einem Lichtstrahl getroffen wird.	6			
3.3	... berechnet die Punkte $R'_1$ und $R'_2$ .	4			
	... zeichnet die Objekte in die Abbildung im Anhang ein.	4			
3.4	... bestimmt die Geradengleichung.	6			
3.5.1	... bestimmt die zugehörige affine Abbildung ...	6			
	... und beurteilt, ob diese Abbildung brauchbar ist.	3			
3.5.2	... leitet eine affine Abbildung $\beta$ her.	4			
<b>Summe Aufgabe 3</b>		<b>45</b>			

**Summe inhaltliche Leistung**

**135**





**b) Darstellungsleistung - aufgabenübergreifend**

	Anforderungen	Punkte maximal	EK	ZK	DK
1	Der Prüfling... stellt den Lösungsweg in strukturierter Form dar.	4			
2	beachtet die Qualität der äußeren Form und hält formale Regeln ein.	4			
3	verwendet Fachsprache und Fachsymbolik	4			
4	fertigt Zeichnungen, Grafiken und Tabellen in angemessener Qualität an.	3			
<b>Summe Darstellungsleistung</b>		<b>15</b>			

**Summe (inhaltliche Leistung und Darstellungsleistung)**

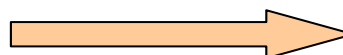
<b>150</b>			
------------	--	--	--



## Notenfindung

% - Anteil erbrachter Leistung		Noten- Punkte	Notenstufen	Rohpunkte	
von	bis			von	bis
95%	100%	15	sehr gut plus	143	150
90%	< 95%	14	sehr gut	135	142
85%	< 90%	13	sehr gut minus	128	134
80%	< 85%	12	gut plus	120	127
75%	< 80%	11	gut	113	119
70%	< 75%	10	gut minus	105	112
65%	< 70%	9	befriedigend plus	98	104
60%	< 65%	8	befriedigend	90	97
55%	< 60%	7	befriedigend minus	83	89
50%	< 55%	6	ausreichend plus	75	82
45%	< 50%	5	ausreichend	68	74
39%	< 45%	4	ausreichend minus	59	67
33%	< 39%	3	mangelhaft plus	50	58
27%	< 33%	2	mangelhaft	41	49
20%	< 27%	1	mangelhaft minus	30	40
0%	< 20%	0	ungenügend	0	29

maximal erreichbare Gesamtpunktzahl



**150**

	EK	ZK	DK
<b>Notenpunkte</b>			
Ggf. Absenkung um bis zu zwei Notenpunkte gem. § 8 (4), APO-BK Anlage D			

**Abschließende Bewertung der Klausur:**

\_\_\_\_\_ ( \_\_\_\_\_ Notenpunkte)

\_\_\_\_\_  
Datum                      Unterschrift (EK)

\_\_\_\_\_  
Datum                      Unterschrift (ZK)

\_\_\_\_\_  
Datum                      Unterschrift (DK)