



**Zentrale Abiturprüfung 2012
Haupttermin
24.04.2012**

**Weiterer Leistungskurs
Mathematik
Fachbereich Informatik**

Unterlagen für die Lehrkraft



- 1 Aufgabenstellung** (vgl. Unterlagen für die Schülerinnen und Schüler)
- 2 Materialgrundlage** (vgl. Unterlagen für die Schülerinnen und Schüler)
- 3 Zugelassene Hilfsmittel** (vgl. Unterlagen für die Schülerinnen und Schüler)
- 4 Arbeitszeit und Punktevergabe** (vgl. Unterlagen für die Schülerinnen und Schüler)
- 5 Hinweise für die Aufgabenauswahl durch die Lehrkraft / den Prüfling**

Die jeweilige Fachlehrkraft entscheidet unter Aufsicht der Schulleitung am Downloadtag, ob für alle Prüflinge ihres Kurses der Aufgabensatz 1 (ohne CAS) oder der Aufgabensatz 2 (mit CAS) zur Verfügung gestellt wird.

Nach einer Auswahlzeit von drei Zeitstunden teilt die Fachlehrkraft der Schulleitung schriftlich die Entscheidung mit. Diese Entscheidung wird zu den Prüfungsakten genommen. Für die Prüflinge besteht keine Aufgabenauswahl. Sie erhalten keine zusätzliche Auswahlzeit.

Wird der Aufgabensatz 2 (mit CAS) gewählt, so sind folgende Hinweise zu beachten:

- Für eine hinreichende Anzahl von Ersatzsystemen (PCs bzw. Handhelds) ist zu sorgen.
- Alle Systeme sind vor der Prüfung in den Urzustand zu versetzen. Zusätzliche Tools bzw. ergänzende Programme sind auf den Systemen nicht zulässig. Die Schule stellt sicher, dass keine Verbindung der Systeme untereinander sowie keine Verbindung der Systeme zum Internet vorhanden sind.
- Der Lösungsweg ist von den Schülerinnen und Schülern in der Reinschrift textlich so zu dokumentieren, dass der Gedankengang der Problemlösung vollständig nachvollziehbar ist. Die Dokumentation ist integraler Bestandteil der Problemlösung und geht in die Bewertung der Prüfungsleistung ein.
- Wird der Computer zum Editieren von Aufgabenlösungen benutzt, muss der Prüfling zum Abschluss einen Computerausdruck seines Lösungstextes durch Unterschrift autorisieren. Die Erstellung des Computerausdrucks ist von der Schule innerhalb der Gesamtbearbeitungszeit so zu organisieren, dass beim Abgeben der Prüfungsarbeit der unterschriebene Ausdruck vorliegt. Nur der autorisierte Ausdruck ist Bestandteil der Prüfungsarbeit; die elektronische Version (Datei) kann nicht zur Korrektur oder Bewertung herangezogen werden.
- Die verwendete Technologie muss in den Prüfungsakten von der Fachlehrerin bzw. dem Fachlehrer mit Angabe des verwendeten Computeralgebrasystems bzw. Handheld-Typs mit der Version bzw. Versionsnummer vermerkt werden.



6 Aufgabenarten

1	Analysis
2	Stochastik
3	Lineare Algebra / Analytische Geometrie

7 Bezüge zu den Abiturvorgaben 2012

Analysis

- Funktionsklassen ganzrationale Funktionen und deren Verknüpfungen
- Funktionseigenschaften
 - o Kurvenscharen und Parameter in Funktionsvorschriften
 - o Differenzierbarkeit und Stetigkeit
 - o Ableitungsregeln
 - o Nullstellen, Extrempunkte und Wendepunkte
- Extremwertprobleme
- Aufstellen von Funktionsgleichungen aus Bedingungen
 - o Lineare Gleichungssysteme
- Integration
 - o Umgang mit Integralfunktionen
 - o Bestimmung von Stammfunktionen
 - o Flächenberechnung mit Hilfe des Integrals

Lineare Algebra / Analytische Geometrie

- Geraden und Ebenen im \mathbb{R}^3
Darstellungsformen von Geraden und Ebenen
Schnittpunkte und Schnittgeraden
Berechnung von Abständen
- Grundlagen der Matrizenrechnung
Elementare Matrizenoperationen
Lineare Abbildungen und ihre Verkettungen
Abbildungsmatrizen und affine Abbildungen

Stochastik

- Grundlegende Begriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung
 - o Ergebnis, Ereignis, Wahrscheinlichkeit nach Laplace, Rechenregeln für Wahrscheinlichkeiten, Pfadregeln, Zählstrategien (Allgemeines Zählprinzip, Binomialkoeffizient, n-Fakultät)
- Zufallsgrößen, Erwartungswert, Varianz, Standardabweichung
- Bedingte Wahrscheinlichkeit, Stochastische Unabhängigkeit, Vier-Felder-Tafeln
- Satz von Bayes
- Binomialverteilung
 - o Kenngrößen der Binomialverteilung (Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung)
- Hypothesentest



8 Vorgaben für die Bewertung der Schülerleistungen

a) inhaltliche Leistung

Aufgabe 1

Hinweis: Alternative Lösungen sind bei allen Teilaufgaben zulässig.

	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	Punkte maximal (AFB)
	Der Prüfling	
1.1	... berechnet die für die drei Teilstrecken \overline{OK} , \overline{KH} und \overline{KG} benötigte Länge an Breitbandkabeln, wenn sich der Knotenpunkt K im Punkt K(4; 4) befindet.	
	Mit Pythagoras: $\overline{HK} = \sqrt{(6-4)^2 + 4^2} = \sqrt{20}$ $\overline{OK} = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32}$ $\overline{GK} = \sqrt{4^2 + (8-4)^2} = \sqrt{32}$ $l = \sqrt{20} + \sqrt{32} + \sqrt{32} \approx 15,79$. Damit beträgt die benötigte Kabellänge $15,79 \cdot 100 \text{ Meter} = 1579 \text{ Meter}$.	7(I)
1.2		
1.2.1	... leitet den aus drei Teilfunktionen bestehenden Funktionsterm für f her.	
	H(0; 6), G(8; 0), O(0; 0) Die Kabeltrasse verläuft durch die Punkte (0; 0) und (7; 7). Für alle Punkte auf dieser Trasse gilt K(x; x) $\overline{HK} = \sqrt{(6-x)^2 + x^2}$ $\overline{OK} = \sqrt{x^2 + x^2}$ $\overline{GK} = \sqrt{x^2 + (8-x)^2}$ $f(x) = \sqrt{(6-x)^2 + x^2} + \sqrt{x^2 + x^2} + \sqrt{x^2 + (8-x)^2}$, $0 \leq x \leq 8$	6(III)
1.2.2	... bestimmt x so, dass die benötigte Länge an Breitbandkabel minimal wird und gibt diese Länge an.	
	Variante 1: $g(x) = \sqrt{2x^2 - 12x + 36}$ mit $0 \leq x \leq 8$ Auffinden des relativen Tiefpunktes Notwendige Bedingung: $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 3$ Hinreichende Bedingung: $g'(3) = 0 \wedge g''(3) = 0,47$ Wegen $g(3) = 4,24$ besitzt g im Punkt T(3; 4,24) ein relatives Minimum. Randextrema: $g(0)=6$ und $g(8)=8,25$. Damit ist das relative Minimum ein absolutes Minimum. Die minimale Länge des Breitbandkabels beträgt 424 m. Variante 2: $g^2(x) = h(x) = 2x^2 - 12x + 36$ mit $0 \leq x \leq 8$ Auffinden des relativen Tiefpunktes	7 (I)



	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	Punkte maximal (AFB)										
	Der Prüfling											
	Notwendige Bedingung: $h'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 3$ Hinreichende Bedingung: $h'(3) = 0 \wedge h''(3) = 4$ Wegen $h(3) = 18$ besitzt h im Punkt $T(3; 18)$ ein relatives Minimum. Randextrema: $h(0)=36$ und $h(8)=68$. Damit ist das relative Minimum ein absolutes Minimum. Die minimale Länge des Breitbandkabels beträgt $\sqrt{h(3)} \cdot 100 \text{ m} = \sqrt{18} \cdot 100 \text{ m} = 424 \text{ m}$.											
1.3	... stellt eine ganzrationale Funktion möglichst kleinen Grades auf, die die Datenübertragungsrate in Abhängigkeit von der Uhrzeit für $8 \leq t \leq 18$ beschreibt.											
	Aufstellen der Bedingungen und Gleichungen Es sind 4 Bedingungen zu erfüllen: $f(8) = 90.000$, $f(18) = 900.000$, $f(14) = 1.800.000$, $f'(14) = 0$ Dies erreicht man mit einer Funktion 3. Grades: $f(t) = a_3t^3 + a_2t^2 + a_1t + a_0$ Ableitung: $f'(t) = 3 \cdot a_3 \cdot t^2 + 2 \cdot a_2 \cdot t + a_1$ <table border="1"><tr><th>Bedingung</th><th>Gleichung</th></tr><tr><td>$f(8) = 90000$</td><td>$8^3 \cdot a_3 + 8^2 \cdot a_2 + 8 \cdot a_1 + a_0 = 90000$</td></tr><tr><td>$f(18) = 900000$</td><td>$18^3 \cdot a_3 + 18^2 \cdot a_2 + 18 \cdot a_1 + a_0 = 900000$</td></tr><tr><td>$f(14) = 1800000$</td><td>$14^3 \cdot a_3 + 14^2 \cdot a_2 + 14 \cdot a_1 + a_0 = 1800000$</td></tr><tr><td>$f'(14) = 0$</td><td>$3 \cdot 14^2 \cdot a_3 + 2 \cdot 14 \cdot a_2 + a_1 = 0$</td></tr></table> Lösen des Gleichungssystems ergibt die Funktion: $f(t) = -875 \cdot t^3 - 16.000 \cdot t^2 + 962.500 \cdot t - 6.138.000$	Bedingung	Gleichung	$f(8) = 90000$	$8^3 \cdot a_3 + 8^2 \cdot a_2 + 8 \cdot a_1 + a_0 = 90000$	$f(18) = 900000$	$18^3 \cdot a_3 + 18^2 \cdot a_2 + 18 \cdot a_1 + a_0 = 900000$	$f(14) = 1800000$	$14^3 \cdot a_3 + 14^2 \cdot a_2 + 14 \cdot a_1 + a_0 = 1800000$	$f'(14) = 0$	$3 \cdot 14^2 \cdot a_3 + 2 \cdot 14 \cdot a_2 + a_1 = 0$	8(II)
Bedingung	Gleichung											
$f(8) = 90000$	$8^3 \cdot a_3 + 8^2 \cdot a_2 + 8 \cdot a_1 + a_0 = 90000$											
$f(18) = 900000$	$18^3 \cdot a_3 + 18^2 \cdot a_2 + 18 \cdot a_1 + a_0 = 900000$											
$f(14) = 1800000$	$14^3 \cdot a_3 + 14^2 \cdot a_2 + 14 \cdot a_1 + a_0 = 1800000$											
$f'(14) = 0$	$3 \cdot 14^2 \cdot a_3 + 2 \cdot 14 \cdot a_2 + a_1 = 0$											
1.4.1	... berechnet die Gesamtdatenmenge in Mbit, die zwischen 8:00 und 18:00 Uhr übertragen wird.											
	In dem betrachteten Intervall $[8; 18]$ hat f keine Nullstellen. Berechnung des Integrals: $\int_8^{18} f(t)dt = \frac{39.912.500}{3} \approx 13.304.167$, also 13.304.167 Mbit.	4(II)										
1.4.2	... bestimmt die Uhrzeit, zu der die bereits übertragene Datenmenge 6.000.000 Mbit beträgt.											
	Es ist die Gleichung $\int_8^z f(t)dt = 6.000.000$ zu lösen. Als einzige Lösung innerhalb des Bereiches zwischen 8:00 und 18:00 Uhr ergibt sich $z = 13,28$. Die gesuchte Uhrzeit ist ungefähr 13:17 Uhr	6(II)										



	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	Punkte maximal (AFB)
	Der Prüfling	
1.4.3	... vergleicht die Datenmengen, die täglich in dem alten Netzwerk übertragen werden mit denen, die über die Ersatzleitungen übertragen werden müssen.	
	<p>Uhrzeiten mit einem Datenstrom $> 2.000.000$ Mbit berechnen</p> $f_{2015}(t) = -\frac{31.250}{3}t^3 + \frac{875.000}{3}t^2 - \frac{6.125.000}{3}t + 3.000.000$ $2.000.000 = f_{2015}(t) \Rightarrow t = 0,53 \vee t = 11,05 \vee t = 16,42$ <p>$t=0,53$ ist außerhalb des Definitionsbereichs</p> <p>Altes Netzwerk:</p> <p>Datenmenge_{alt}</p> $= \int_8^{11,05} f_{2015}(x)dx + (16,42 - 11,05) \cdot 2000000 + \int_{16,42}^{18} f_{2015}(x)dx \approx 15,5562 \cdot 10^6$ <p>also ca. $15,5562 \cdot 10^6$ Mbit.</p> <p>Ersatzleitung:</p> $\text{Datenmenge}_{\text{neu}} = \int_{11,05}^{16,42} f_{2015}(x)dx - (16,42 - 11,05) \cdot 2000000 = 3,541 \cdot 10^6 ;$ <p>also $3,541 \cdot 10^6$ Mbit.</p> <p>Vergleich:</p> <p>zum Beispiel: Die Ersatzleitungen müssten ca. 22,8 % der Datenmenge des alten Netzwerkes übertragen.</p>	7(III)
Summe Aufgabe 1		45

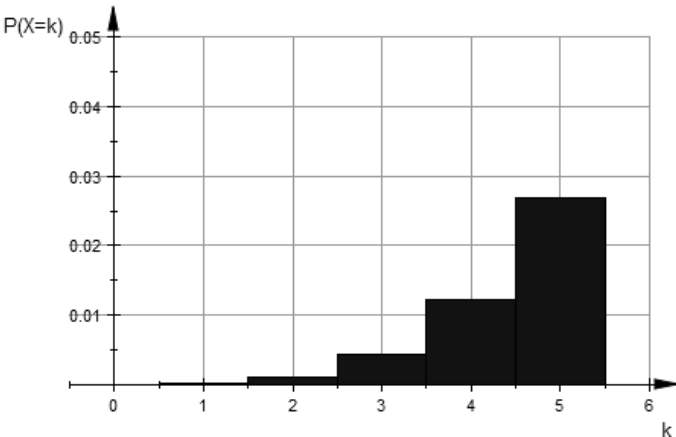


Aufgabe 2

Hinweis: Alternative Lösungen sind bei allen Teilaufgaben zulässig.

	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	Punkte maximal (AFB)
	Der Prüfling	
2.1.1	... dokumentiert den Sachverhalt in einem Baumdiagramm mit dem 1. Merkmal „Chip“ und dem 2. Merkmal „Leseinheit Türschloss“.	
	<p>Cf : Chip funktionsfähig Cd: Chip defekt Tf: Leseinheit Türschloss funktionsfähig Td: Leseinheit Türschloss defekt</p>	4 (II)
2.1.2	... bestimmt die Wahrscheinlichkeit, dass eine Tür geöffnet werden kann.	
	<p>Ein Türschloss kann geöffnet werden, wenn Chip und Leseinheit Türschloss funktionsfähig sind und wenn Chip und Leseinheit Türschloss beide defekt sind.</p> $P(Cf \cap Tf) + P(Cd \cap Td) = P(Cf) \cdot P_{Cf}(Tf) + P(Cd) \cdot P_{Cd}(Td) = 0,94 \cdot 0,96 + 0,06 \cdot 0,02 = 0,9036$	3(I)
2.1.3	... berechnet die Wahrscheinlichkeit für eine defekte Chipkarte, wenn die Fehlerquote bei den Leseinheiten der Türschlösser unverändert bleibt und sich das Schloss mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,95 öffnen soll.	
	<p>p sei die Wahrscheinlichkeit für das Vorliegen defekter Chipkarten. Gesucht ist die Lösung der Gleichung: $(1 - p) \cdot 0,96 + p \cdot 0,02 = 0,95 \Rightarrow p = 0,0106$ </p>	3(II)



2.2.1	... stellt die Wahrscheinlichkeiten $P(X = k)$ für $k = 0, \dots, 5$ tabellarisch und zeichnerisch in Form eines Histogramms dar.																
	<table><tr><td>k</td><td>$P(X=k)$</td></tr><tr><td>0</td><td>0,00002</td></tr><tr><td>1</td><td>0,00021</td></tr><tr><td>2</td><td>0,00119</td></tr><tr><td>3</td><td>0,00440</td></tr><tr><td>4</td><td>0,01218</td></tr><tr><td>5</td><td>0,02676</td></tr></table>	k	$P(X=k)$	0	0,00002	1	0,00021	2	0,00119	3	0,00440	4	0,01218	5	0,02676		4(I)
k	$P(X=k)$																
0	0,00002																
1	0,00021																
2	0,00119																
3	0,00440																
4	0,01218																
5	0,02676																
																	
2.2.2	... stellt eine Tabelle mit den kumulierten Wahrscheinlichkeiten für $k = 0, \dots, 5$ auf.																
	<table><tr><td>k</td><td>$P(X \leq k)$</td></tr><tr><td>0</td><td>0,00002</td></tr><tr><td>1</td><td>0,00023</td></tr><tr><td>2</td><td>0,00142</td></tr><tr><td>3</td><td>0,00582</td></tr><tr><td>4</td><td>0,01800</td></tr><tr><td>5</td><td>0,04476</td></tr></table>	k	$P(X \leq k)$	0	0,00002	1	0,00023	2	0,00142	3	0,00582	4	0,01800	5	0,04476		2(II)
k	$P(X \leq k)$																
0	0,00002																
1	0,00023																
2	0,00142																
3	0,00582																
4	0,01800																
5	0,04476																
2.2.3	... bestimmt die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mindestens 5 und höchstens 7 defekte Leseinheiten gefunden werden.																
	$P(5 \leq X \leq 7) = 0,15082$ bzw. $P(5 \leq X \leq 7) = P(X \leq 7) - P(X \leq 4) = 0,16882 - 0,01800 = 0,15082$			3(I)													



2.2.4	... bestimmt die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mindestens 20 defekte Leseinheiten gefunden werden.	
	$P(X \geq 20) = 0,0042$ bzw. $P(X \geq 20) = 1 - P(X \leq 19) = 1 - 0,99580 = 0,00420$	3(I)
2.3		
2.3.1	... zeigt, dass die Bedingung von Laplace erfüllt ist.	
	$\sigma = \sqrt{150 \cdot 0,07 \cdot 0,93} \approx 3,12 > 3.$	2(III)
	... untersucht, wie groß die prozentuale Abweichung zwischen der mit Hilfe der Binomialverteilung exakt berechneten Wahrscheinlichkeit und der mit Hilfe der oben angegebenen Näherung berechneten Wahrscheinlichkeit ist.	
	$\mu = 10,5$ $\sigma = 3,1249$ $\mu - 3\sigma = 1,1253$ $\mu + 3\sigma = 19,87 \rightarrow \text{ca. } 0,1\% \text{ Abweichung}$ $P(2 \leq X \leq 19) = 0,99557$ $\frac{0,99557}{0,997} = 0,99857$	4(II)
2.3.2	... leitet unter der Voraussetzung, dass die Bedingung von Laplace erfüllt werden soll, her, für welches p der Stichprobenumfang n minimal ist und gibt n an.	
	Die Laplace-Bedingung lautet: $\sigma^2 = n \cdot p \cdot (1-p) > 9.$ Wir untersuchen zunächst die Gleichung: $n \cdot p \cdot (1-p) = 9$ Umstellen nach n ergibt folgende funktionale Abhängigkeit: $n(p) = \frac{-9}{p \cdot (p-1)}$ Die Bestimmung eines lokalen Minimums kann über die Hilfsmittel der Analysis erfolgen: $n'(p) = \frac{9 \cdot (2 \cdot p - 1)}{p^2 \cdot (p-1)^2}$ und $n''(p) = \frac{-18 \cdot (3 \cdot p^2 - 3 \cdot p + 1)}{p^3 \cdot (p-1)^3}$ $n'(p) = 0 \Leftrightarrow p = 0,5$ $n'(0,5) = 0 \wedge n''(0,5) = 288 \Rightarrow p = 0,5$ ist einzige lokale Minimalstelle mit dem zugehörigen Funktionswert $n(0,5) = 36$ Betrachtung der Randwerte: $\lim_{\substack{p \rightarrow 0 \\ p > 0}} n(p) = \infty$ und $\lim_{\substack{p \rightarrow 1 \\ p < 1}} n(p) = \infty$ $\Rightarrow p = 0,5$ ist lokale und absolute Maximalstelle. D. h. für $n = 36$ gilt $\sigma = 3$. Somit ist der kleinstmögliche Stichprobenumfang $n = 37$. Alternative Lösung:	5(III)



	<p>Aus $n \cdot p \cdot (1-p) = 9$ folgt $p \cdot (1-p) = \frac{9}{n}$. Wird n minimal, so wird $\frac{9}{n}$ und damit $p \cdot (1-p)$ maximal. Wir betrachten die Funktion f mit $f(p) = p \cdot (1-p) = -p^2 + p$.</p> <p>Es gilt: $f'(p) = 0 \Leftrightarrow p = \frac{1}{2}$.</p> <p>$f''(p) = -2 < 0$.</p> <p>Also: $(f'(\frac{1}{2}) = 0 \text{ und } f''(\frac{1}{2}) < 0) \Rightarrow p = \frac{1}{2}$ ist lokale Maximalstelle von f.</p> <p>Da f eine quadratische Funktion ist, ist $p = \frac{1}{2}$ auch eine absolute Maximalstelle von f.</p> <p>Nun muss gelten: $n \cdot \frac{1}{2} \cdot (1 - \frac{1}{2}) = n \cdot \frac{1}{4} > 9 \Rightarrow n > 36$</p> <p>Somit ist der kleinstmögliche Stichprobenumfang $n = 37$.</p>																											
2.4	... ermittelt – gegebenenfalls experimentell – mit Hilfe der Informationen in dem nebenstehenden Histogramm den Stichprobenumfang n und die Wahrscheinlichkeit p .																											
	<p>Erwartungswert $\mu = n \cdot p = 12$</p> <p>Mit dem angegebenen Wert für $P(X = 12)$ können durch Variationen des Stichprobenumfangs $n = 12/p$ bzw. der Wahrscheinlichkeit $p = 12/n$ und Bestimmung der zugehörigen Wahrscheinlichkeiten die folgenden Werte bestimmt werden: $p = 0,06$ und $n = 200$</p> <p>Vorgegeben ist $P(X=12)=0,11796$</p> <table><thead><tr><th>n</th><th>$P(X = 12)$</th></tr></thead><tbody><tr><td>194</td><td>0.1180747614</td></tr><tr><td>195</td><td>0.1180548398</td></tr><tr><td>196</td><td>0.1180351313</td></tr><tr><td>197</td><td>0.1180156324</td></tr><tr><td>198</td><td>0.1179963399</td></tr><tr><td>199</td><td>0.1179772504</td></tr><tr><td>200</td><td>0.1179583607 ←</td></tr><tr><td>201</td><td>0.1179396678</td></tr><tr><td>202</td><td>0.1179211686</td></tr><tr><td>203</td><td>0.11790286</td></tr><tr><td>204</td><td>0.1178847392</td></tr><tr><td>205</td><td>0.1178668033</td></tr></tbody></table> <p>Hinweis: Bei direkter Verwendung der Formel $P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$ können einige CAS den gesuchten Wert numerisch direkt berechnen.</p>	n	$P(X = 12)$	194	0.1180747614	195	0.1180548398	196	0.1180351313	197	0.1180156324	198	0.1179963399	199	0.1179772504	200	0.1179583607 ←	201	0.1179396678	202	0.1179211686	203	0.11790286	204	0.1178847392	205	0.1178668033	5(II)
n	$P(X = 12)$																											
194	0.1180747614																											
195	0.1180548398																											
196	0.1180351313																											
197	0.1180156324																											
198	0.1179963399																											
199	0.1179772504																											
200	0.1179583607 ←																											
201	0.1179396678																											
202	0.1179211686																											
203	0.11790286																											
204	0.1178847392																											
205	0.1178668033																											



2.5	... beurteilt, ob man mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 5% schließen kann, dass der Ausschussanteil weniger als 4% beträgt.	
	<p>X: Anzahl der defekten Leseinheiten</p> <p>$H_0: p \geq 0,04$</p> <p>$H_1: p < 0,04$</p> <p>Stichprobenumfang $n = 300$; Irrtumswahrscheinlichkeit $\alpha = 0,05$</p> <p>X sei die Anzahl der defekten Leseinheiten.</p> <p>Bei wahrer Nullhypothese ist X binomialverteilt mit $n = 300$ und $p = 0,04$</p> <p>Es handelt sich um einen linksseitigen Test.</p> <p>$K = \{0, \dots, g\}$ sei der Ablehnungsbereich von H_0.</p> <p>$p(X \leq g) \leq 0,05 \Rightarrow g = 6$ und $K = \{0; \dots, 6\}$.</p> <p>oder:</p> <p>$\mu = 12$</p> <p>$\sigma = \sqrt{300 \cdot 0,04 \cdot 0,96} \approx 3,39 > 3$ (Laplace-Bedingung erfüllt)</p> <p>$\mu - 1,64 \cdot \sigma \approx 6,43$</p> <p>Damit ergibt sich: $g = 6$ und $K = \{0; \dots, 6\}$</p> <p>Da $4 \in K$ gilt:</p> <p>Mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 5% kann H_0 abgelehnt werden. Man kann also mit dieser Irrtumswahrscheinlichkeit annehmen, dass die Ausschussquote geringer ist als 4 %.</p>	7(III)
Summe Aufgabe 2		45



Aufgabe 3

Hinweis: Alternative Lösungen sind bei allen Teilaufgaben zulässig.

	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	Punkte maximal (AFB)
	Der Prüfling	
3.1	... gibt den Ortsvektor des Anstoßpunktes und den Ortsvektor des Elfmeterpunktes der rechten Spielhälfte als Linearkombination der Vektoren ... an.	
	Ortsvektor des Anstoßpunktes: $\vec{OA} = 60 \cdot \vec{e}_1 + 45 \cdot \vec{e}_2$ Ortsvektor des Elfmeterpunktes: $\vec{OE} = 109 \cdot \vec{e}_1 + 45 \cdot \vec{e}_2$	5(I)
3.2	... bestimmt den Bildpunkt der hinteren rechten Ecke des Spielfeldes.	
	Die Gerade, die den Augpunkt A_1 und den Punkt $P(120; 90; 0)$ verbindet, kann über die Gleichung $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 120 \\ 90 \\ 0 \end{pmatrix} + k \cdot \left(\begin{pmatrix} 120 \\ 90 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 60 \\ -100 \\ 50 \end{pmatrix} \right), k \in \mathbb{R}$ beschrieben werden. Die Berechnung des Schnittpunktes mit der Ebene E_1 durch Lösen der Gleichung $\begin{pmatrix} 60 \\ -98,55 \\ 49,5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 120 \\ 90 \\ 0 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} 60 \\ 190 \\ -50 \end{pmatrix}$ ergibt die Lösungen $r = 0,4579$, $s = 0,1184$ und $k = -0,9924$ und somit als Bildpunkt den Punkt $P'(60,4579; -98,55; 49,6184)$.	5(I)
3.3	... berechnet die mittlere Geschwindigkeit des Spielers in m/s auf dem Spielfeld für diese Sekunde.	
	Augpunkt ist $A_1(60, -100, 50)$. Geradengleichungen für die Geraden durch A_1P_1 bzw. A_1P_2 : $g_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 60 \\ -100 \\ 50 \end{pmatrix} + k \cdot \left(\begin{pmatrix} 60 \\ -100 \\ 50 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 60 \\ -98,55 \\ 49,5 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 60 \\ -100 \\ 50 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1,45 \\ 0,5 \end{pmatrix}, k \in \mathbb{R}$ $g_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 60 \\ -100 \\ 50 \end{pmatrix} + k \cdot \left(\begin{pmatrix} 60 \\ -100 \\ 50 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 60,0725 \\ -98,55 \\ 49,4821 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 60 \\ -100 \\ 50 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} -0,0725 \\ -1,45 \\ 0,5179 \end{pmatrix}, k \in \mathbb{R}$ Die Berechnung der Schnittpunkte mit der Spielfeldebene E_1 : $\vec{x} = r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ durch Lösen der Gleichung $r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 60 \\ -100 \\ 50 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1,45 \\ 0,5 \end{pmatrix}$	9(II)



	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	Punkte maximal (AFB)
	Der Prüfling	
	<p>ergibt die Lösungen $r = 60$, $s = 45$ und $k = -100$ und somit als Schnittpunkt den Punkt $P_1(60; 45; 0)$.</p> <p>Zur Bestimmung von P_2 Lösen der Gleichung</p> $r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 60 \\ -100 \\ 50 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} -0,0725 \\ -1,45 \\ 0,5179 \end{pmatrix}$ <p>ergibt $r = 66,9994$, $s = 39,9884$ und $k = -96,5437$ und somit als Schnittpunkt den Punkt $P_2(66,9994; 39,9884; 0)$</p> <p>Berechnung der Distanz zwischen P_1 und P_2 ergibt gerundet $s = 8,61$ m und somit als Geschwindigkeit $v = \frac{s}{t} = \frac{8,61 \text{ m}}{1 \text{ s}} = 8,61 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.</p>	
3.4	... begründet ohne Rechnung, warum für die Bestimmung der Ballhöhe über dem Spielfeld die Positionsangabe des Balles in der Bildebene E nicht ausreichend ist.	
	Die Positionsangabe in der Bildebene legt nur eine Gerade durch Augpunkt und einen Bildpunkt fest. Die Punkte auf dieser Geraden sind nicht unterscheidbar, haben aber unterschiedliche Höhen über der Spielfeldebene.	6(III)
3.5	... berechnet die Höhe des Balls über dem Spielfeld (in m).	
	<p>Der Schnittpunkt der Geraden durch A_1 und R'_1 sowie A_2 und R'_2 ergibt die gesuchte Position des Balles.</p> <p>Gerade durch A_1 und R'_1</p> $g_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 60 \\ -100 \\ 50 \end{pmatrix} + k \cdot \left(\begin{pmatrix} 60 \\ -100 \\ 50 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 60,18125 \\ -98,55 \\ 49,6375 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 60 \\ -100 \\ 50 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} -0,18125 \\ -1,45 \\ 0,3625 \end{pmatrix}, k \in \mathbb{R}$ <p>Gerade durch A_2 und R'_2</p> $g_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 59,5 \\ -100 \\ 50 \end{pmatrix} + k \cdot \left(\begin{pmatrix} 59,5 \\ -100 \\ 50 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 59,6845 \\ -98,56 \\ 49,64 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 59,5 \\ -100 \\ 50 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} -0,1845 \\ -1,44 \\ 0,36 \end{pmatrix}, k \in \mathbb{R}$ <p>Lösen der Gleichung $\begin{pmatrix} 60 \\ -100 \\ 50 \end{pmatrix} + k_1 \cdot \begin{pmatrix} -0,18125 \\ -1,45 \\ 0,3625 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 59,5 \\ -100 \\ 50 \end{pmatrix} + k_2 \cdot \begin{pmatrix} -0,1845 \\ -1,44 \\ 0,36 \end{pmatrix}$ ergibt</p> <p>$k_1 = -110,3448$ und $k_2 = -111,1111$ und somit für die Position des Balles</p>	9(II)



	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	Punkte maximal (AFB)
	Der Prüfling	
	$\begin{pmatrix} 60 \\ -100 \\ 50 \end{pmatrix} - 110,3448 \cdot \begin{pmatrix} 60 \\ -100 \\ 50 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 60,18125 \\ -98,55 \\ 49,6375 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 80 \\ 60 \\ 10 \end{pmatrix}$ <p>Der Ball befindet sich in 10 m Höhe über dem Spielfeld.</p>	
3.6		
3.6.1	... bestimmt die affine Abbildung α , die die gesuchte Umrechnung leistet.	
	<p>Gesucht ist eine affine Abbildung α mit den Eigenschaften:</p> $\alpha \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1024 \end{pmatrix}, \quad \alpha \begin{pmatrix} 0 \\ 90 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \alpha \begin{pmatrix} 120 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1280 \\ 1024 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \alpha \begin{pmatrix} 120 \\ 90 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1280 \\ 0 \end{pmatrix}.$ <p>Lösen des zugehörigen Gleichungssystems liefert:</p> $\alpha : \vec{x} \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{32}{3} & 0 \\ 0 & -\frac{512}{45} \end{pmatrix} \cdot \vec{x} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1024 \end{pmatrix}.$	4(I)
3.6.2	... zeigt, dass die affine Abbildung β ... das Spielfeld auf einem Bildschirm in seinen realen Seitenverhältnissen realitätsnäher darstellt als die Abbildung α .	
	<p>Die Berechnung der Bildpunkte für drei Eckpunkte des Spielfeldes ergibt:</p> $\beta \begin{pmatrix} 0 \\ 90 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 100 \\ 100 \end{pmatrix}, \quad \beta \begin{pmatrix} 120 \\ 90 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1180 \\ 100 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \beta \begin{pmatrix} 120 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1180 \\ 910 \end{pmatrix}$ <p>Seitenverhältnis auf dem realen Fußballfeld: $\frac{120}{90} = \frac{4}{3}$</p> <p>Seitenverhältnis nach Abbildung durch α: $\frac{1280}{1024} = \frac{5}{4}$</p> <p>Seitenverhältnis nach Abbildung durch β: $\frac{1080}{810} = \frac{4}{3}$</p> <p>Das sich daraus ergebende Seitenverhältnis $\frac{4}{3} = 1,33$ bei der Abbildung β entspricht dem realen Seitenverhältnis $\frac{120}{90} = 1,33$.</p>	7(III)
Summe Aufgabe 3		45

Summe Aufgabe 1 – 3 **135**



b) Darstellungsleistung - aufgabenübergreifend

	Anforderungen	Punkte maximal
	Der Prüfling...	
1.	stellt den Lösungsweg in strukturierter Form dar.	4
2.	beachtet die Qualität der äußeren Form und hält formale Regeln ein.	4
3.	verwendet Fachsprache und Fachsymbolik.	4
4.	fertigt Zeichnungen, Grafiken und Tabellen in angemessener Qualität an.	3
Summe Darstellungsleistung		15
Summe (inhaltliche Leistung und Darstellungsleistung)		150



9 Bewertungsbogen zur Abiturprüfung im Fach Mathematik

Name des Prüflings: _____

a) inhaltliche Leistung

	Anforderungen	Punkte maximal	EK	ZK	DK
1					
	Der Prüfling				
1.1	... berechnet die ... benötigte Länge an Breitbandkabeln ...	7			
1.2.1	... leitet den ... Funktionsterm für f her.	6			
1.2.2	... bestimmt x ... und gibt diese Länge an.	7			
1.3	... stellt eine ganzrationale Funktion ... auf ...	8			
1.4.1	... berechnet die Gesamtdatenmenge ...	4			
1.4.2	... bestimmt die Uhrzeit ...	6			
1.4.3	... vergleicht die Datenmengen ...	7			
Summe Aufgabe 1		45			

	Anforderungen	Punkte maximal	EK	ZK	DK
2					
	Der Prüfling				
2.1.1	... dokumentiert den Sachverhalt ...	4			
2.1.2	... bestimmt die Wahrscheinlichkeit ...	3			
2.1.3	... berechnet die Wahrscheinlichkeit	3			
2.2.1	... stellt die Wahrscheinlichkeiten ... dar.	4			
2.2.2	... stellt eine Tabelle ... auf.	2			
2.2.3	... bestimmt die Wahrscheinlichkeit ...	3			
2.2.4	... bestimmt die Wahrscheinlichkeit ...	3			
2.3.1	... zeigt, dass die Bedingung von Laplace erfüllt ist.	2			
	... untersucht, wie groß die prozentuale Abweichung ... ist.	4			



	Anforderungen	Punkte maximal	EK	ZK	DK
2.3.2	... leitet her, für welches p der Stichprobenumfang n minimal ist und gibt n an.	5			
2.4	... ermittelt ... den Stichprobenumfang n und ... p .	5			
2.5	... beurteilt, ob ...man schließen kann ...	7			
Summe Aufgabe 2		45			

	Anforderungen	Punkte maximal	EK	ZK	DK
3					
	Der Prüfling				
3.1	... gibt den Ortsvektor ... an.	5			
3.2	... bestimmt den Bildpunkt ...	5			
3.3	... berechnet die mittlere Geschwindigkeit ...	9			
3.4	... begründet ohne Rechnung, warum ...	6			
3.5	... berechnet die Höhe des Balls über dem Spielfeld (in m).	9			
3.6.1	... bestimmt die affine Abbildung α ...	4			
3.6.2	... zeigt, dass die affine Abbildung β ...	7			
Summe Aufgabe 3		45			

Summe inhaltliche Leistung

135			
------------	--	--	--

b) Darstellungsleistung - aufgabenübergreifend

	Anforderungen	Punkte maximal	EK	ZK	DK
	Der Prüfling...				
1.	stellt den Lösungsweg in strukturierter Form dar.	4			
2.	beachtet die Qualität der äußeren Form und hält formale Regeln ein.	4			
3.	verwendet Fachsprache und Fachsymbolik	4			
4.	fertigt Zeichnungen, Grafiken und Tabellen in angemessener Qualität an.	3			
Summe Darstellungsleistung		15			

Summe (inhaltliche Leistung und Darstellungsleistung)

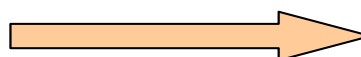
150			
------------	--	--	--



Notenfindung

% - Anteil erbrachter Leistung		Noten- Punkte	Notenstufen	Rohpunkte	
von	bis			von	bis
95%	100%	15	sehr gut plus	143	150
90%	< 95%	14	sehr gut	135	142
85%	< 90%	13	sehr gut minus	128	134
80%	< 85%	12	gut plus	120	127
75%	< 80%	11	gut	113	119
70%	< 75%	10	gut minus	105	112
65%	< 70%	9	befriedigend plus	98	104
60%	< 65%	8	befriedigend	90	97
55%	< 60%	7	befriedigend minus	83	89
50%	< 55%	6	ausreichend plus	75	82
45%	< 50%	5	ausreichend	68	74
39%	< 45%	4	ausreichend minus	59	67
33%	< 39%	3	mangelhaft plus	50	58
27%	< 33%	2	mangelhaft	41	49
20%	< 27%	1	mangelhaft minus	30	40
0%	< 20%	0	ungenügend	0	29

maximal erreichbare Gesamtpunktzahl



150

	EK	ZK	DK
Notenpunkte			
Ggf. Absenkung um bis zu zwei Notenpunkte gem. § 8 (4), APO-BK Anlage D			

Abschließende Bewertung der Klausur:

_____ (_____ Notenpunkte)

Datum Unterschrift (EK)

Datum Unterschrift (ZK)

Datum Unterschrift (DK)