

BERUFSKOLLEG
Berufliches Gymnasium

Zentrale Abiturprüfung 2011

Weiterer Leistungskurs

Fach Mathematik

Fachbereich Informatik

Unterlagen für die Lehrkraft



1 Konstruktionsmerkmale der Aufgabe

Aufgaben	Aufgabenarten
Aufgabe 1	Stochastik: Anbieter-Datenbank
Aufgabe 2	Zahlentheorie: Restklassenringe/Kryptologie
Auswahlaufgabe 3	Analysis ohne CAS: Simulation von Menschenströmen
Auswahlaufgabe 4	Analysis mit CAS: Simulation von Menschenströmen

2 Aufgabenstellung (vgl. Unterlagen für die Schülerinnen und Schüler)

3 Materialgrundlage

entfällt

4 Bezüge zu den Abiturvorgaben 2011

Aufgabe 1 Stochastik

Grundlegende Begriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung
Ergebnis, Ereignis, Wahrscheinlichkeit nach Laplace, Rechenregeln für
Wahrscheinlichkeiten, Pfadregeln
Zufallsgrößen, Erwartungswert, Varianz, Standardabweichung
Bedingte Wahrscheinlichkeit, Vier-Felder-Tafeln, Baumdiagramme
Satz von Bayes, Binomialverteilung, Kenngrößen der Binomialverteilung, Erwartungswert,
Varianz und Standardabweichung
Hypothesentest

Aufgabe 2 Zahlentheorie

Grundlagen der Modularen Arithmetik (Modul-Begriff, Kongruenzen, Restklassen
mod m inkl. Eigenschaften und Operationen, \mathbb{Z}_m als Gruppe, $(\mathbb{Z}_m, +, \cdot)$ als Ring bzw.
Körper, Eulersche ϕ -Funktion)
Euklidischer und Erweiterter Euklidischer Algorithmus in der Form $ax+by=\text{ggT}(a,b)$
Anwendungen der Euklidischen Algorithmen (Bestimmung des ggT, Inversen-Bestimmung
in primen Restklassengruppen)
Satz von Euler-Fermat $a^{\phi(n)} \equiv 1 \pmod{n}$
Anwendungen des Satzes von Euler-Fermat (Reduktion großer Exponenten modulo n)
Anwendungen der Zahlentheorie in der Kryptologie

Auswahlaufgaben 3 und 4 Analysis

Funktionsklassen ganzrationale Funktionen, Exponentialfunktionen und deren
Verknüpfungen

Funktionseigenschaften: Kurvenscharen und Parameter in Funktionsvorschriften
Abschnittsweise definierte Funktionen, Differenzierbarkeit und Stetigkeit
Tangente und Normale, Ableitungsregeln, Nullstellen, Extrempunkte und Wendepunkte,
Monotonie, Krümmung, Extremwertprobleme, Aufstellen von Funktionsgleichungen aus
Bedingungen, Lineare Gleichungssysteme mit bis zu 4 Unbekannten, Splines

Integration: Bestimmung von Stammfunktionen, Flächenberechnung mit Hilfe des Integrals

5 Zugelassene Hilfsmittel

- Für die Abiturprüfung 2011 sind zugelassen:
 - Gedruckte Formelsammlungen der Schulbuchverlage, die keine Beispielaufgaben enthalten. Die Formelsammlungen sind vor Ausgabe an die Schülerinnen und Schüler zu überprüfen.
 - Tabellierte kumulierte Binomialverteilung,
 - nicht programmierbare wissenschaftliche Taschenrechner.
- In der Abiturprüfung 2011 sind **nicht** zugelassen:
 - Schulinterne eigene Druckwerke, mathematische Fachbücher und mathematische Lexika
 - Computeralgebrasysteme (außer für die alternative Aufgabe aus dem Sachgebiet Analysis (siehe Punkt 6)),
 - Taschenrechner, die über eines der folgenden Leistungsmerkmale verfügen:
 - Darstellen von Funktionsgraphen
 - Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen
 - Numerisches Integrieren oder Differenzieren
 - Rechnen mit Matrizen und Vektoren
- In der Abiturprüfung 2011 sind nur für die alternative Aufgabe aus dem Sachgebiet Analysis (siehe Punkt 6) Computeralgebrasysteme als weiteres erforderliches Hilfsmittel zugelassen.

Das eingesetzte CAS sollte mindestens folgende Funktionen umfassen

- Wertetabellen erstellen
- algebraische Ausdrücke vereinfachen und vergleichen
- algebraische Gleichungen lösen
- lineare Gleichungssysteme lösen und Matrizenberechnung durchführen
- Funktionen algebraisch differenzieren und integrieren
- Funktionen und Daten zweidimensional graphisch darstellen

6 Hinweise zur Aufgabenauswahl durch die Lehrkraft / den Prüfling

In den weiteren Leistungskursen und in den Grundkursen im Fach Mathematik entscheidet die jeweilige Fachlehrerin / der jeweilige Fachlehrer unter Aufsicht der Schulleitung am Downloadtag, ob für alle Prüflinge ihres / seines Kurses die verbindliche Analysisaufgabe ohne Computeralgebrasystemeinsatz (Auswahlaufgabe ohne CAS) oder mit Computeralgebrasystemeinsatz (Auswahlaufgabe mit CAS) zur Verfügung gestellt wird.

Nach einer Auswahlzeit von drei Zeitstunden teilt die Fachlehrerin / der Fachlehrer der Schulleitung schriftlich die Entscheidung mit. Diese Entscheidung wird zu den Prüfungsakten genommen. Für die Prüflinge besteht keine Aufgabenauswahl. Sie erhalten keine zusätzliche Auswahlzeit.

Sollte sich die Fachlehrerin / der Fachlehrer für die Analysis-Aufgabe ohne CAS-Einsatz entscheiden, so können die drei Aufgaben in der festgelegten Bearbeitungszeit insgesamt in beliebiger Reihenfolge bearbeitet werden.

Sollte sich die Fachlehrerin / der Fachlehrer für die Analysis-Aufgabe mit CAS-Einsatz entscheiden, sind folgende Hinweise zu beachten:

- Die Schülerinnen und Schüler erhalten zu Beginn der Bearbeitungszeit die drei zu bearbeitenden Aufgaben.
- Die Schülerinnen und Schüler geben individuell nach Bearbeitung die beiden Lösungen der Aufgaben zur Linearen Algebra / Analytischen Geometrie und Stochastik und ggf. Zahlentheorie ab. Im Gegenzug wird ihnen das Computeralgebrasystem zur Verfügung



gestellt. Ein weiteres Bearbeiten der ersten zwei Aufgaben ist danach nicht mehr möglich. Die Abgabezeit für die Aufgaben 1 und 2 wird von der Fachlehrerin / dem Fachlehrer bzw. der aufsichtführenden Lehrkraft protokolliert.

- Für eine hinreichende Anzahl von Ersatzsystemen (PC's bzw. Handhelds) ist zu sorgen.
- Alle Systeme sind vor der Prüfung in den Urzustand zu versetzen. Zusätzliche Tools bzw. ergänzende Programme sind auf den Systemen nicht zulässig. Die Schule stellt sicher, dass keine Verbindung der Systeme untereinander sowie keine Verbindung der Systeme zum Internet vorhanden sind.
- Der Lösungsweg ist von den Schülerinnen und Schülern in der Reinschrifttextlich so zu dokumentieren, dass der Gedankengang der Problemlösung vollständig nachvollziehbar ist. Die Dokumentation ist integraler Bestandteil der Problemlösung und geht in die Bewertung der Prüfungsleistung ein.
- Wird der Computer zum Editieren von Aufgabenlösungen benutzt, muss der Prüfling zum Abschluss einen Computerausdruck seines Lösungstextes durch Unterschrift autorisieren. Die Erstellung des Computerausdrucks ist von der Schule innerhalb der Gesamtbearbeitungszeit so zu organisieren, dass beim Abgeben der Prüfungsarbeit der unterschriebene Ausdruck vorliegt. Nur der autorisierte Ausdruck ist Bestandteil der Prüfungsarbeit; die elektronische Version (Datei) kann nicht zur Korrektur oder Bewertung herangezogen werden.
- Die verwendete Technologie muss in den Prüfungsakten von der Fachlehrerin / dem Fachlehrer mit Angabe des verwendeten Computeralgebrasystems bzw. Handheld-Typs mit der Version bzw. Versionsnummer vermerkt werden.

7 Bearbeitungszeit / Auswahlzeit

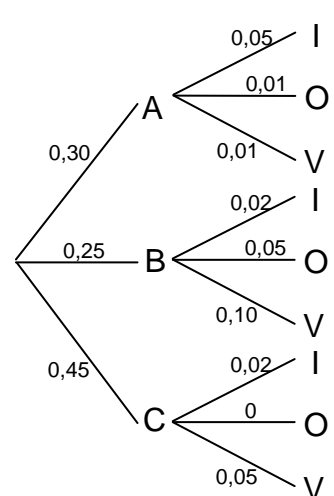
Bearbeitungszeit:	255 Minuten
zusätzliche Auswahlzeit:	keine

8 Vorgaben für die Bewertung der Schülerleistungen

Teilleistungen – Kriterien

a) inhaltliche Leistung

Aufgabe 1

	Anforderungen	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)
	Der Prüfling	
	Hinweis: Alternative Lösungen sind bei allen Teilaufgaben zulässig.	
1.1.1	... zeigt, dass der Anteil der Handys, bei denen Probleme auftreten, bei 9,5% liegt.	
	E: Es treten Probleme auf Es gilt: $P(E)=0,3 \cdot 0,07 + 0,25 \cdot 0,17 + 0,45 \cdot 0,07 = 0,095$ Mit einer Wahrscheinlichkeit von 9,5% treten bei einem Nutzer Probleme auf.	2(II)
1.1.2	... bestimmt die Wahrscheinlichkeit, mit der dieses Handy vom Hersteller C stammt.	
	E: Es tritt ein Verbindungsproblem auf. $P(E)=0,3 \cdot 0,01 + 0,25 \cdot 0,1 + 0,45 \cdot 0,05 = 0,0505 = 5,05\%$. Dabei entfällt auf die Nutzer eines Handys von Hersteller C ein Anteil von 2,25% ($0,45 \cdot 0,05 = 0,0225$). Die bedingte Wahrscheinlichkeit ergibt sich aus $0,0225 / 0,0505 = 0,4455$. Somit stammt das Handy eines Nutzers mit Verbindungsproblemen mit einer Wahrscheinlichkeit von 44,55% vom Anbieter C.	4(I)
1.1.3	... untersucht, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein Anrufer bei der Hotline ein optisches Problem mit seinem Handy hat.	
	<p>I: Installationsprobleme O: Optische Probleme V: Verbindungsprobleme</p> <p>Darstellung als Baumdiagramm: Aus den entsprechenden Wahrscheinlichkeiten ergibt sich</p> <p>$P(O)=0,3 \cdot 0,01 + 0,25 \cdot 0,05 + 0,45 \cdot 0 = 0,0155$</p> <p>Da insgesamt 9,5% der Handys Probleme haben, ergeben sich für den Anteil der Anrufer mit optischen Problemen:</p> <p>$0,0155 / 0,095 = 0,1632$</p> <p>16,32% der Anrufer klagen über optische Probleme.</p>  <pre> graph LR Root(()) --- 0,30 A((A)) Root --- 0,25 B((B)) Root --- 0,45 C((C)) A --- 0,05 AI((I)) A --- 0,01 AO((O)) A --- 0,01 AV((V)) B --- 0,02 BI((I)) B --- 0,05 BO((O)) B --- 0,10 BV((V)) C --- 0,02 CI((I)) C --- 0 CO((O)) C --- 0,05 CV((V)) </pre>	5(II)



	Anforderungen	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)
	Der Prüfling	
1.2.1	... erläutert den Aufbau der Formel, $P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$ $0 \leq k \leq n$ und ihre Bedeutung im Anwendungskontext.	
	<p>Die Formel gibt die Wahrscheinlichkeit an, dass von n eingescannten MP3-Playern genau k ($0 \leq k \leq n$) in der Datenbank registriert sind.</p> <p>Aus einer n-elementigen Menge lassen sich ohne Berücksichtigung der Reihenfolge jeweils $\binom{n}{k}$ k-elementige Teilmengen (k MP3-Player) auswählen.</p> <p>Jeder Pfad hat die Wahrscheinlichkeit $p^k \cdot (1-p)^{n-k}$. Entsprechend ergibt sich für die Pfadsummen: $P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot q^{n-k}$.</p>	5(I)
1.2.2	... bestimmt die Wahrscheinlichkeit, dass in der Datenbank gelistet sind.	
	<p>Die Zufallsvariable X beschreibe die bei n = 30 „Scans“ in der Datenbank vorgefundenen MP3-Player.</p> <p>X ist binomialverteilt mit n = 30 und p = 0,875</p> <p>Die Werte sind der Tabelle des Anhangs (Tabellierte kumulierte Binomialverteilung) zu entnehmen.</p> <p>- weniger als 20 $P(X < 20) = 1 - 0,9994 = 0,0006$</p> <p>- mindestens 20 und höchstens 25 $P(20 \leq X \leq 25) = P(X \leq 25) - P(X \leq 19) = 1 - 0,6812 - (1 - 0,9994) = 0,3182$</p> <p>- genau 25 $P(X = 25) = P(X \leq 25) - P(X \leq 24) = 1 - 0,6812 - (1 - 0,8356) = 0,1544$</p> <p>- mehr als 25 $P(X > 25) = 0,6812$</p>	8(II)
1.3.		
1.3.1	... zeigt, dass die Datenbank den günstigsten Anbieter in höchstens 67 aller Fälle nennen darf, damit auf einem Signifikanzniveau von 5% das Misstrauen des Marktforschungsinstituts gerechtfertigt erscheint.	
	<p>Der hier gewählte Test testet die Aussage aus der Perspektive von „Special Solutions“.</p> <p>Linksseitiger Hypothesentest: Hypothesen: $H_0 : p \geq 0,75$ und $H_1 : p < 0,75$</p> <p>Stichprobenumfang n = 100, Irrtumswahrscheinlichkeit $\alpha = 0,05$</p>	6(III)



	Anforderungen	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)
	Der Prüfling	
	<p>X: Anzahl der richtig genannten günstigsten Anbieter.</p> <p>X ist bei wahrer Nullhypothese binomialverteilt mit $p = 0,75$.</p> <p>$p(X \leq g) \leq 0,05 \Rightarrow g = 67$.</p> <p>$H_0$ wird verworfen, wenn für höchstens 67 Produkte der richtige Preis genannt wird.</p> <p>... oder ...</p> <p>$p = 0,75$; $n = 100$ ergeben $\mu = 75$ und $\sigma = 4,33$ (Laplace Bedingung erfüllt) und somit $\mu - 1,64 \cdot \sigma = 67,90$</p> <p>Entscheidungsregel: Verwirf H_0, falls für höchstens 67 Produkte der günstigste Preis gefunden wird.</p>	
1.3.2	... erläutert für diesen Sachverhalt, was ein Fehler 2. Art (β-Fehler) bedeutet.	
	<p>Ein Fehler zweiter Art wird begangen, wenn die Hypothese $p \geq 0,75$ beibehalten wird, obwohl sie eigentlich falsch ist. Dies wäre z.B. der Fall, wenn, wie hier angenommen, tatsächlich nur in 70% aller Fälle der günstigste Preis angegeben würde. Dies geschieht, wenn trotz $p_1 = 0,7$ die Stichprobe im Annahmebereich von $p = 0,75$ liegt. Die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines Fehlers 2. Art entspricht somit der Wahrscheinlichkeit, dass das Ergebnis des Tests trotz anderer Wahrscheinlichkeit zufällig im Annahmebereich für die ursprüngliche Wahrscheinlichkeit liegt.</p>	4(I)
	... berechnet ihn, wenn tatsächlich nur in 70% der Fälle der günstigste Preis angegeben wird.	
	<p>$n = 100$, $p_1 = 0,7$, X: Anzahl der richtig genannten günstigsten Anbieter.</p> <p>Bestimmt wird die Wahrscheinlichkeit, mit der die Stichprobe trotz $p_1 = 0,7$ zufällig im Bereich zwischen 68 und 100 Treffern liegt.</p> <p>$P_{0,7}(68 \leq X \leq 100) = 0,7107$</p> <p>Der Fehler 2. Art beträgt 71,07%.</p>	4(II)
1.4.	... beweist, dass im Fall $n = 2$ für die Varianz gilt: $V(X) = 2 \cdot p \cdot (1-p)$.	
	<p>Für $n = 2$ gilt: $V(X) = \sum_0^2 (x_i - \mu)^2 \cdot P(X = x_i)$</p> <p>$V(X) = (0 - \mu)^2 \cdot P(X = 0) + (1 - \mu)^2 P(X = 1) + (2 - \mu)^2 \cdot P(X = 2)$</p> <p>$V(X) = (0 - 2 \cdot 0 \cdot \mu + \mu^2) \cdot P(X = 0) + (1 - 2\mu + \mu^2) \cdot P(X = 1) + (4 - 4\mu + \mu^2) \cdot P(X = 2)$</p> <p>$V(X) = [0 \cdot P(X = 0) + 1 \cdot P(X = 1) + 4 \cdot P(X = 2)]$</p> <p>$\quad - 2\mu \cdot [0 \cdot P(X = 0) + 1 \cdot P(X = 1) + 2 \cdot P(X = 2)]$</p> <p>$\quad + \mu^2 \cdot [P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)]$</p> <p>$V(X) = P(X = 1) + 4 \cdot P(X = 2) - 2\mu \cdot [\mu] + \mu^2 \cdot [1]$</p> <p>$V(X) = P(X = 1) + 4 \cdot P(X = 2) - \mu^2 = \binom{2}{1} \cdot p^1(1-p)^1 + 4 \cdot \binom{2}{2} \cdot p^2(1-p)^0 - \mu^2$</p> <p>$V(X) = 2p(1-p) + 4p^2 - \mu^2 = 2p(1-p) + 4p^2 - (2p)^2 = 2p(1-p)$</p>	7(III)
	Summe Aufgabe 1	45



Aufgabe 2

	Anforderungen	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)
	Der Prüfling	
	Hinweis: Alternative Lösungen sind bei allen Teilaufgaben zulässig.	
2.1	... beweist die Behauptung.	
	Es gibt $q_1, q_2 \in \mathbb{Z}, r \in \mathbb{N}_0$ mit $0 \leq r < m$ und $a = q_1 \cdot m + r, b = q_2 \cdot m + r$ $\Rightarrow a - b = (q_1 \cdot m + r) - (q_2 \cdot m + r) = (q_1 - q_2) \cdot m$ $\Rightarrow m \mid a - b.$	4(III)
2.2		
2.2.1	... beweist die Behauptung.	
	$a, b, c \in \mathbb{Z}$ und $m \in \mathbb{N}$ $a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow m \mid a - b \Rightarrow m \mid (a - b) \cdot c$, also: $m \mid (a \cdot c - b \cdot c) \Rightarrow a \cdot c \equiv b \cdot c \pmod{m}.$	3(III)
2.2.2	... beurteilt die allgemeine Gültigkeit der „Kürzungsregel“:	
	Diese „Kürzungsregel“ gilt im Allgemeinen nicht: Gegenbeispiel: $50 \equiv 56 \pmod{6}$ $25 \cdot 2 \equiv 28 \cdot 2 \pmod{6}$, jedoch 25 ist nicht kongruent zu 28 (mod 6).	4(III)
2.3	... bestimmt den Rest von 2^{293} bei der Division durch 13.	
	Es ist $2^2 \equiv 4 \pmod{13}, 2^4 \equiv 3 \pmod{13}, 2^8 \equiv 9 \pmod{13}, 2^{16} \equiv 3 \pmod{13},$ $2^{32} \equiv 9 \pmod{13}, 2^{64} \equiv 3 \pmod{13}, 2^{128} \equiv 9 \pmod{13}, 2^{256} \equiv 3 \pmod{13},$ Folglich gilt: $2^{293} = 2^{256+32+4+1} = 2^{256} \cdot 2^{32} \cdot 2^4 \cdot 2^1 \equiv 3 \cdot 9 \cdot 3 \cdot 2 \pmod{13} \equiv 162 \pmod{13} \equiv 6 \pmod{13}.$ Der Rest ist somit gleich 6. Alternativ kann auch mit dem Satz von Euler gelöst werden: Wegen $\text{ggT}(2, 13) = 1$ und $\phi(13) = 12$, gilt: $2^{12} \equiv 1 \pmod{13}$ und somit $2^{293} = 2^{12 \cdot 24 + 5} \pmod{13} \equiv 1 \cdot 2^5 \pmod{13} \equiv 6 \pmod{13}$	5(I)
2.4	... bestimmt die letzte Ziffer von 3^{2003}.	
	Es ist: $3^4 \equiv 1 \pmod{10}$ (Satz von Euler oder einfach $3^4 \equiv 81 \pmod{10} \equiv 1 \pmod{10}$) $3^{2003} = 3^{4 \cdot 500 + 3} = (3^4)^{500} \cdot 3^3$ Also gilt: $3^{2003} \equiv 1 \cdot 3^3 \pmod{10} \equiv 27 \pmod{10}$ $\Rightarrow 3^{2003} \equiv 7 \pmod{10}.$	4(I)



	Anforderungen	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)																																																	
	Der Prüfling																																																		
	Die letzte Ziffer von 3^{2003} ist 7.																																																		
2.5	... überprüft mit Hilfe einer Verknüpfungstafel für die Restklassenmultiplikation \odot in \mathbb{Z}_6, ob bei (\mathbb{Z}_6, \odot) die folgenden Eigenschaften erfüllt sind: Abgeschlossenheit, Existenz eines neutralen Elements, Existenz inverser Elemente und Kommutativität.																																																		
	<p>Als Verknüpfungstafel bzgl. der Restklassenmultiplikation \odot für \mathbb{Z}_6 ergibt sich:</p> <table><tr><td>\odot</td><td>$\bar{0}$</td><td>$\bar{1}$</td><td>$\bar{2}$</td><td>$\bar{3}$</td><td>$\bar{4}$</td><td>$\bar{5}$</td></tr><tr><td>$\bar{0}$</td><td>$\bar{0}$</td><td>$\bar{0}$</td><td>$\bar{0}$</td><td>$\bar{0}$</td><td>$\bar{0}$</td><td>$\bar{0}$</td></tr><tr><td>$\bar{1}$</td><td>$\bar{0}$</td><td>$\bar{1}$</td><td>$\bar{2}$</td><td>$\bar{3}$</td><td>$\bar{4}$</td><td>$\bar{5}$</td></tr><tr><td>$\bar{2}$</td><td>$\bar{0}$</td><td>$\bar{2}$</td><td>$\bar{4}$</td><td>$\bar{0}$</td><td>$\bar{2}$</td><td>$\bar{4}$</td></tr><tr><td>$\bar{3}$</td><td>$\bar{0}$</td><td>$\bar{3}$</td><td>$\bar{0}$</td><td>$\bar{3}$</td><td>$\bar{0}$</td><td>$\bar{3}$</td></tr><tr><td>$\bar{4}$</td><td>$\bar{0}$</td><td>$\bar{4}$</td><td>$\bar{2}$</td><td>$\bar{0}$</td><td>$\bar{4}$</td><td>$\bar{2}$</td></tr><tr><td>$\bar{5}$</td><td>$\bar{0}$</td><td>$\bar{5}$</td><td>$\bar{4}$</td><td>$\bar{3}$</td><td>$\bar{2}$</td><td>$\bar{1}$</td></tr></table> <p>Abgeschlossenheit: Die Abgeschlossenheit ist gegeben, da in der Tabelle nur Elemente aus \mathbb{Z}_6 vorkommen.</p> <p>Existenz eines neutralen Elements: Für alle Elemente $a \in \mathbb{Z}_6$ gilt: $a \odot \bar{1} = \bar{1} \odot a = a$, somit ist $\bar{1}$ das neutrale Element.</p> <p>Existenz inverser Elemente: Es gibt nur zu $\bar{1}$ ($\bar{1} \odot \bar{1} = \bar{1}$) und $\bar{5}$ ($\bar{5} \odot \bar{5} = \bar{1}$) jeweils ein inverses Element.</p> <p>Kommutativität: Die Kommutativität $a \odot b = b \odot a$ ist der Symmetrie bzgl. der Diagonalen zu entnehmen.</p>	\odot	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{2}$	$\bar{0}$	$\bar{2}$	$\bar{4}$	$\bar{0}$	$\bar{2}$	$\bar{4}$	$\bar{3}$	$\bar{0}$	$\bar{3}$	$\bar{0}$	$\bar{3}$	$\bar{0}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{0}$	$\bar{4}$	$\bar{2}$	$\bar{0}$	$\bar{4}$	$\bar{2}$	$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{5}$	$\bar{4}$	$\bar{3}$	$\bar{2}$	$\bar{1}$	6(II)
\odot	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$																																													
$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$																																													
$\bar{1}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$																																													
$\bar{2}$	$\bar{0}$	$\bar{2}$	$\bar{4}$	$\bar{0}$	$\bar{2}$	$\bar{4}$																																													
$\bar{3}$	$\bar{0}$	$\bar{3}$	$\bar{0}$	$\bar{3}$	$\bar{0}$	$\bar{3}$																																													
$\bar{4}$	$\bar{0}$	$\bar{4}$	$\bar{2}$	$\bar{0}$	$\bar{4}$	$\bar{2}$																																													
$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{5}$	$\bar{4}$	$\bar{3}$	$\bar{2}$	$\bar{1}$																																													
2.6	... bestimmt den größten gemeinsamen Teiler in der Form $\text{ggT}(1246, 1834) = x \cdot 1246 + y \cdot 1834$ mit $x, y \in \mathbb{Z}$.																																																		
	$1834 = 1 \cdot 1246 + 588$ $1246 = 2 \cdot 588 + 70$ $588 = 8 \cdot 70 + 28$ $70 = 2 \cdot 28 + 14$ $28 = 2 \cdot 14$ Damit: $\text{ggT}(1246; 1834) = 14$. Für die Zerlegung gilt: $588 = 1834 - 1246$ $70 = 1246 - 2 \cdot 588 = -2 \cdot 1834 + 3 \cdot 1246$ $28 = 588 - 8 \cdot 70 = 17 \cdot 1834 - 25 \cdot 1246$	5(I)																																																	



Anforderungen		maximal erreichbare Punktzahl (AFB)																									
Der Prüfling																											
	14=70−2⋅28=−36⋅1834+53⋅1246 Also ggT(1246, 1834)=53⋅1246−36⋅1834. Hier sind auch tabellarische Lösungen mit Hilfe des erweiterten euklidischen Algorithmus denkbar.																										
2.7.1	... zeigt, dass P = (81, 2701) kein gültiger öffentlicher Schlüssel ist																										
	n = p⋅q = 37⋅73 = 2701 φ(n) = (p − 1)⋅(q − 1) = 36⋅72 = 2592 Für e muss gelten: 1 < e < φ(n) und ggT(e, 2592) = 1; Die erste Bedingung ist erfüllt. Zur Überprüfung der 2. Bedingung wird z.B. der euklidische Algorithmus verwendet: 2592 = 32⋅81 + 0, damit gilt ggT(81, 2592) = 81 ≠ 1 Damit ist der Schlüssel P ungültig.	4(III)																									
2.7.2	... bestimmt die kleinste natürliche Zahl e1 derart, dass P1 = (e1, 2701) ein gültiger öffentlicher Schlüssel ist.																										
	Für e1 muss gelten: 1 < e1 < φ(n) und ggT(e1, 2592) = 1; Die Primfaktorzerlegung von 2592 lautet 2592 = 25⋅34 Damit ist die kleinste natürliche Zahl, die teilerfremd zu 2592 ist, die Zahl e1 = 5.	3(II)																									
2.8	... bestimmt den geheimen Schlüssel S2 und die ursprüngliche Nachricht, falls die chiffrierte Nachricht C2 = „195 759“ lautet..																										
	Die Primzahlzerlegung lautet: 1147 = 31⋅37 also gilt φ(1147) = 30⋅36 = 1080 Für d muss also gelten 463⋅d ≡ 1 (mod 1080), der erweiterte euklidische Algorithmus liefert: <table><tr><td>n</td><td>rn</td><td>qn</td><td>xn</td><td>yn</td></tr><tr><td>-1</td><td>1080</td><td>-</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>463</td><td>-</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>154</td><td>2</td><td>1</td><td>-2</td></tr><tr><td>2</td><td>1</td><td>3</td><td>-3</td><td>7</td></tr></table> also d = 7, und somit S = (7, 1147) vereinfachen der ersten Potenz liefert 1957 (mod 1147) ≡ 10 (mod 1147) vereinfachen der zweiten Potenz liefert 7597 (mod 1147) ≡ 209 (mod 1147) und somit M = „010 209“ = „01 02 09“ = „ABI“	n	rn	qn	xn	yn	-1	1080	-	1	0	0	463	-	0	1	1	154	2	1	-2	2	1	3	-3	7	7(II)
n	rn	qn	xn	yn																							
-1	1080	-	1	0																							
0	463	-	0	1																							
1	154	2	1	-2																							
2	1	3	-3	7																							
	Summe Aufgabe 2	45																									



Auswahlaufgabe 3

	Anforderungen	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)
	Der Prüfling	
	Hinweis: Alternative Lösungen sind bei allen Teilaufgaben zulässig.	
3.1	... bestimmt, wie viele Personen sich voraussichtlich zum Zeitpunkt $t = 2$ in diesem Stadionbereich befinden werden.	
	$f(2) \approx 329,74$ Nach 2 Minuten befinden sich voraussichtlich 330 Menschen dort.	3(I)
3.2.1	... zeigt, dass für die Änderungsrate f' der Anzahl der Menschen in diesem Stadionbereich $f'(t) = (100 - 25 \cdot t) \cdot e^{-0,25 \cdot t + 1}$ gilt.	
	$f(t) = 100 \cdot t \cdot e^{-0,25 \cdot t + 1}$ $f'(t) = 100 \cdot e^{-0,25 \cdot t + 1} + 100 \cdot t \cdot (-0,25) \cdot e^{-0,25 \cdot t + 1} = (100 - 25 \cdot t) \cdot e^{-0,25 \cdot t + 1}$	3(II)
3.2.2	... bestimmt den Zeitpunkt t, zu dem sich voraussichtlich die meisten Personen in dem Stadionbereich befinden werden.	
	Es ist die lokale Maximalstelle und das lokale Maximum zu berechnen. $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 4$ Für die zweite Ableitung erhält man: $f''(t) = -25 \cdot e^{-0,25 \cdot t + 1} + (100 - 25 \cdot t) \cdot (-0,25) \cdot e^{-0,25 \cdot t + 1}$ $= (6,25 \cdot t - 50) \cdot e^{-0,25 \cdot t + 1}$ Da $f'(4) = 0 \wedge f''(4) = -25 < 0$ folgt, dass $t = 4$ lokale Maximalstelle ist. Es ist $f(4) = 400$. Untersuchung an den Rändern: $f(0) = 0$ und $f(15) = 95,89$ Nach 4 Minuten werden sich voraussichtlich die meisten Personen dort befinden.	6(II)
	...und gibt die maximale Personenanzahl an.	
	Es ist $f(4) = 400$. Die maximale Personenanzahl beträgt 400.	3(I)
3.2.3	... berechnet, wann die Anzahl der Personen in diesem Stadionbereich am stärksten abnehmen wird.	
	Es ist die Wendestelle zu berechnen: $f''(t) = 0 \Leftrightarrow t = 8$ Für die dritte Ableitung erhält man: $f'''(t) = 6,25 \cdot e^{-0,25 \cdot t + 1} + (6,25 \cdot t - 50) \cdot (-0,25) \cdot e^{-0,25 \cdot t + 1}$ $= (18,75 - 1,5625 \cdot t) \cdot e^{-0,25 \cdot t + 1}$ Da $f''(8) = 0 \wedge f'''(8) = 6,25 \cdot e^{-1} > 0$ folgt, dass $t = 8$ Rechts-Links-Wendestelle ist und wegen $f'(8) < 0$ nimmt nach 8 Minuten dort die Personenanzahl auch am stärksten ab.	4(II)

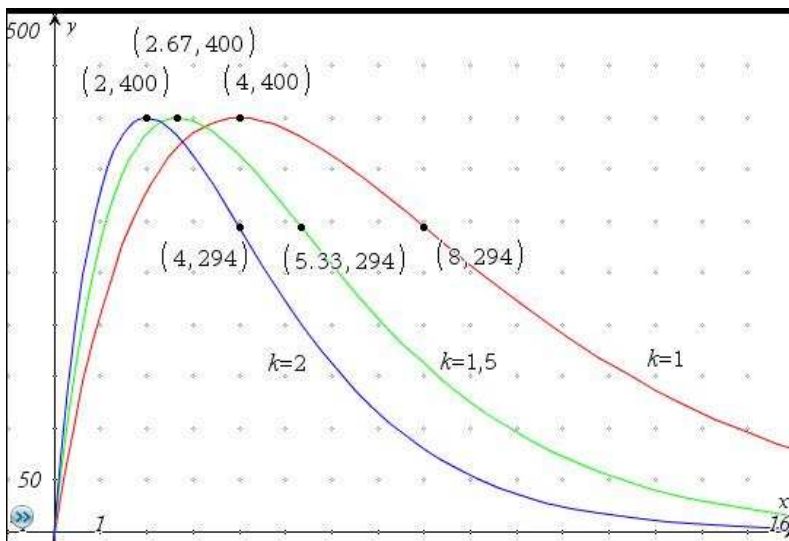


	Anforderungen	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)
	Der Prüfling	
3.2.4	... berechnet mit Hilfe eines numerischen Verfahrens den gesuchten Zeitpunkt t auf zwei Nachkommastellen genau.	
	<p>Man berechnet den Schnittpunkt des Graphen von f und der Geraden $y = 200$.</p> $100 \cdot t \cdot e^{-0,25 \cdot t+1} = 200 \Leftrightarrow 100 \cdot t \cdot e^{-0,25 \cdot t+1} - 200 = 0$ <p>Man verwendet das Newton-Verfahren.</p> <p>Es gilt:</p> $t_{n+1} = t_n - \frac{g(t_n)}{g'(t_n)} \text{ mit } n \in \mathbb{N} \text{ und } g(t) = 100 \cdot t \cdot e^{-0,25 \cdot t+1} - 200$ $g'(t) = 100 \cdot e^{-0,25 \cdot t+1} + 100 \cdot t \cdot (-0,25) \cdot e^{-0,25 \cdot t+1} = (100 - 25 \cdot t) \cdot e^{-0,25 \cdot t+1}$ <p>Wähle als Startwert $t_0 = 1$</p> <p>$t_1 \approx 0,92631080730938$ $t_2 \approx 0,92784313602484$ $t_3 \approx 0,92784381194599$</p> <p>Nach 0,93 Minuten befinden sich genau 200 Menschen dort.</p>	4(II)
	... beweist, dass es sich um den einzigen Zeitpunkt mit dieser Eigenschaft handelt.	
	<p>Es handelt sich um den einzigen Zeitpunkt.</p> <p>Begründung:</p> <p>Für $t \in [0; 4[$ ist der Graph von f streng monoton steigend, weil $f'(t) = (100 - 25 \cdot t) \cdot e^{-0,25 \cdot t+1} > 0$. In diesem Intervall gibt es somit genau eine Schnittstelle des Graphen von f und der Geraden ($t = 0,93$).</p> <p>Somit gibt es genau einen Zeitpunkt ($t = 0,93$), zu dem sich voraussichtlich 200 Menschen dort befinden.</p>	8(III)
3.3	... zeigt mit Hilfe der Integralrechnung, wie viele Personen sich durchschnittlich innerhalb der ersten 10 Minuten in dem Stadionbereich aufhalten werden.	
	$\frac{1}{10} \cdot \int_0^{10} f(t) dt = \frac{1}{10} \cdot [F(t)]_0^{10} \approx \frac{1}{10} \cdot 3099,72 = 309,9722$ <p>Es werden sich voraussichtlich durchschnittlich 310 Personen innerhalb der ersten 10 Minuten dort aufhalten.</p>	6(III)



	Anforderungen	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)																														
	Der Prüfling																															
3.4	... bestimmt mit Hilfe dieser Punkte die Gleichung der Regressionsgeraden.																															
	<table><tr><td></td><td>x_i</td><td>y_i</td><td>x_i^2</td><td>$x_i \cdot y_i$</td><td>y_i^2</td></tr><tr><td></td><td>6</td><td>364</td><td>36</td><td>2184</td><td>132496</td></tr><tr><td></td><td>7</td><td>331</td><td>49</td><td>2317</td><td>109561</td></tr><tr><td></td><td>8</td><td>294</td><td>64</td><td>2352</td><td>86436</td></tr><tr><td>Summe</td><td>21</td><td>989</td><td>149</td><td>6853</td><td>328493</td></tr></table> <p>Es gilt: $n = 3$, $\bar{x} = 7$, $\bar{y} = 329\frac{2}{3}$.</p> <p>Für die Steigung m_x der Regressionsgeraden ergibt sich:</p> $m_x = \frac{\sum_{i=1}^3 x_i \cdot y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sum_{i=1}^3 x_i^2 - n \cdot \bar{x}^2} = \frac{6853 - 3 \cdot 7 \cdot 329\frac{2}{3}}{149 - 3 \cdot 7^2} = -35$ <p>Für die Gleichung der Regressionsgeraden gilt:</p> $y - \bar{y} = m_x \cdot (x - \bar{x}).$ $y - 329\frac{2}{3} = -35 \cdot (x - 7) \Leftrightarrow y = -35x + 574\frac{2}{3}$		x_i	y_i	x_i^2	$x_i \cdot y_i$	y_i^2		6	364	36	2184	132496		7	331	49	2317	109561		8	294	64	2352	86436	Summe	21	989	149	6853	328493	8(I)
	x_i	y_i	x_i^2	$x_i \cdot y_i$	y_i^2																											
	6	364	36	2184	132496																											
	7	331	49	2317	109561																											
	8	294	64	2352	86436																											
Summe	21	989	149	6853	328493																											
	Summe Auswahlaufgabe 3	45																														
	Summe Aufgabe1, 2 und Auswahlaufgabe 3	135																														

Auswahlaufgabe 4

	Anforderungen	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)
	Der Prüfling	
	Hinweis: Alternative Lösungen sind bei allen Teilaufgaben zulässig.	
4.1.1	... skizziert exemplarisch den Verlauf der Graphen der Funktionenschar für $k = 1$, $k = 1,5$ und $k = 2$.	
	<p>Skizze $f_k(t) = 100 \cdot k \cdot t \cdot e^{-\frac{1}{4}k \cdot t + 1}$, $t \in [0; 15]$, $k \in [1; 2]$</p>  <p>Hinweis: Die in der Graphik angezeigten Punkte müssen vom Schüler nicht eingezeichnet werden.</p>	3(I)
4.1.2	... erläutert mit Hilfe der Graphen die Bedeutung des Parameters k für die beschriebene Situation.	
	<p>Hinweis: Die Aufgabe gilt als vollständig gelöst bei Nennung von drei der folgenden vier Aspekte.</p> <p>Unabhängig von dem Parameter k sind zu Beginn keine Menschen dort. Ferner werden sich laut der Prognose auch nach 15 Minuten noch einige Menschen an dem betrachteten Ort aufhalten.</p> <p>Mit wachsenden Werten für den Parameter k wird die maximale Personenanzahl in Höhe von ca. 400 zu einem früheren Zeitpunkt erreicht.</p> <p>Somit wird für wachsende Werte für k die Änderungsrate für $t \in [0; t_{\max}]$ größer, d.h. in einem immer kürzeren Zeitintervall strömen mehr Menschen voraussichtlich an diesen Ort.</p> <p>Entsprechend wird der Betrag der maximalen Änderungsrate für $t \in]t_{\max}; 15]$ größer, d.h. es werden voraussichtlich mit wachsenden Werten für k die Menschen diesen Ort schneller verlassen.</p>	6(I)
4.2.1	... zeigt rechnerisch, dass der Funktionswert an der lokalen Maximalstelle der Funktion f_k unabhängig von dem Parameter k ist...	
	<p>Es ist das lokale Maximum von f_k mit $f_k(t) = 100 \cdot k \cdot t \cdot e^{-0,25 \cdot k \cdot t + 1}$ zu berechnen.</p> <p>Für die Ableitungen erhält man:</p>	6(II)



	Anforderungen	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)
	Der Prüfling	
	$f_k'(t) = (100 \cdot k \cdot e - 25 \cdot k^2 \cdot e \cdot t) \cdot e^{-\frac{1}{4}kt}$ <p>und</p> $f_k''(t) = \frac{25 \cdot k^2 \cdot (k \cdot t - 8) \cdot e^{-\frac{1}{4}kt}}{4}.$ $f_k'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{4}{k} \text{ mit } k \in [1; 2]$ <p>Da $f_k'\left(\frac{4}{k}\right) = 0 \wedge f_k''\left(\frac{4}{k}\right) = -25 \cdot k^2 < 0$ gilt, ist $t = \frac{4}{k}$ lokale Maximalstelle.</p> <p>Ferner ist $f_k\left(\frac{4}{k}\right) = 400$.</p> <p>Infolgedessen ist das Maximum unabhängig von dem Parameter k.</p>	
4.2.2	... und interpretiert das Ergebnis für die beschriebene Situation.	
	Nach der Prognose werden sich unabhängig von k höchstens 400 Menschen in diesem Stadionbereich aufhalten.	3(III)
4.3	... bestimmt dazu die Gleichung der Ortskurve der Wendepunkte.	
	<p>Es ist zuerst der Wendepunkt von f_k mit $f_k(t) = 100 \cdot k \cdot t \cdot e^{-0,25 \cdot k \cdot t + 1}$ zu berechnen.</p> $f_k''(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{8}{k} \text{ mit } k \in [1; 2]$ <p>Für die dritte Ableitung gilt:</p> $f_k'''(t) = \frac{-25 \cdot k^3 \cdot (k \cdot t - 12) \cdot e^{-\frac{1}{4}kt}}{16}$ <p>Da $f_k'\left(\frac{8}{k}\right) = 0 \wedge f_k'''\left(\frac{8}{k}\right) = \frac{25 \cdot k^3 \cdot e^{-1}}{4} \neq 0$ gilt, ist $t = \frac{8}{k}$ Wendestelle.</p> <p>Mit $f_k\left(\frac{8}{k}\right) = 800 \cdot e^{-1} \approx 294,30$ folgt $W_k\left(\frac{8}{k} \mid 800 \cdot e^{-1}\right)$ mit $k \in [1; 2]$.</p> <p>Nun wird die Gleichung der Ortskurve der Wendepunkte bestimmt.</p> <p>Es gilt: $t = \frac{8}{k}$ mit $k \in [1; 2] \Leftrightarrow k = \frac{8}{t}$ mit $t \in [4; 8]$.</p> <p>Es folgt: $y = 800 \cdot e^{-1} \approx 294,30$ mit $t \in [4; 8]$.</p>	8(II)
4.4	... bestimmt den Parameter k derart, dass sich zum Zeitpunkt $t = 5$ in dem Stadionbereich 300 Personen befinden werden.	



	Anforderungen	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)
	Der Prüfling	
	$f_k(5) = 500 \cdot k \cdot e^{1 - \frac{5 \cdot k}{4}} = 300 \Leftrightarrow k \approx 0,34 \vee k \approx 1,57$ <p>Da $k \approx 0,34 \notin [1; 2]$, ist $k \approx 1,57$ die gesuchte Lösung.</p>	4(I)
4.5	... bestimmt mit Hilfe der Integralrechnung, wie viele Personen sich in Abhängigkeit von dem Parameter k durchschnittlich innerhalb der ersten 10 Minuten voraussichtlich in dem Stadionbereich aufhalten werden.	
	$\frac{1}{10} \cdot \int_0^{10} f_k(t) dt = \frac{80 \cdot \left(2 \cdot e^{\frac{5 \cdot k}{2}} - 5 \cdot k - 2 \right) \cdot e^{1 - \frac{5 \cdot k}{2}}}{k} =$ $\frac{1}{10} \cdot \left(\frac{434,925}{k} - \frac{1087,31 \cdot (k + 0,4) \cdot (0,082085)^k}{k} \right)$	5(II)
4.6	... leitet k derart her, dass die Fläche zwischen dem Graphen der Scharkurve f_k und der x-Achse in dem Intervall $[0; 10]$ maximal wird.	
	<p>Für den Flächeninhalt zwischen den Scharkurven und der x-Achse über den Intervall $[0; 10]$ gilt:</p> $\int_0^{10} f_k(t) dt = \frac{800 \cdot \left(2 \cdot e^{\frac{5 \cdot k}{2}} - 5 \cdot k - 2 \right) \cdot e^{1 - \frac{5 \cdot k}{2}}}{k}$ <p>In Abhängigkeit von k wird die Funktion g mit</p> $g(k) = \frac{800 \cdot \left(2 \cdot e^{\frac{5 \cdot k}{2}} - 5 \cdot k - 2 \right) \cdot e^{1 - \frac{5 \cdot k}{2}}}{k}$ <p>definiert.</p> <p>Es ist die lokale Maximalstelle zu bestimmen.</p> <p>Für die Ableitungen erhält man:</p> $g'(k) = \frac{-400 \cdot \left(4 \cdot e^{\frac{5 \cdot k}{2}} - 25 \cdot k^2 - 10 \cdot k - 4 \right) \cdot e^{1 - \frac{5 \cdot k}{2}}}{k^2}$ $g''(k) = \frac{200 \cdot \left(16 \cdot e^{\frac{5 \cdot k}{2}} - 125 \cdot k^3 - 50 \cdot k^2 - 40 \cdot k - 16 \right) \cdot e^{1 - \frac{5 \cdot k}{2}}}{k^3}$ $g'(k) = 0 \Leftrightarrow k \approx -3,39 \cdot 10^{-10} \vee k \approx -3,35 \cdot 10^{-10} \vee k \approx 0,72$ <p>Da $k > 0$, ist $k \approx 0,72$ die einzige mögliche lokale Maximalstelle.</p> <p>Da $g'(0,72) = 0 \wedge g''(0,72) = -4955,38 < 0$, ist $k = 0,72$ die lokale Maximalstelle.</p> <p>Es ist $g(0,72) = 3244,80 > 0$.</p>	10(III)



	Anforderungen	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)
	Der Prüfling	
	Der Vergleich mit den Randwerten liefert $\lim_{k \rightarrow 0} g(k) = 0$ und $\lim_{k \rightarrow \infty} g(k) = 0$. Daher ist $k = 0,72$ auch absolute Maximalstelle. Der Flächeninhalt ist für $k = 0,72$ maximal.	
	Summe Auswahlaufgabe 4	45
	Summe Aufgabe 1, 2 und Auswahlaufgabe 4	135

b) Darstellungsleistung - aufgabenübergreifend

	Anforderungen	maximal erreichbare Punktzahl
	Der Prüfling	
1	stellt den Lösungsweg in strukturierter Form dar.	4
2	beachtet die Qualität der äußeren Form und hält formale Regeln ein.	4
3	verwendet Fachsprache und Fachsymbolik	4
4	fertigt Zeichnungen, Grafiken und Tabellen in angemessener Qualität an.	3
	Summe Darstellungsleistung	15
	Summe insgesamt (inhaltliche Leistung und Darstellungsleistung)	150



9 Bewertungsbogen zur Abiturprüfung im Fach Mathematik-Informatik

Name des Prüflings: _____ Kurs: _____

Schule: _____

Aufgabe 1

	Anforderungen	Lösungsqualität			
		maximal erreichbare Punktzahl (AFB)	EK	ZK	DK
	Der Prüfling...				
1.1.1	... zeigt, dass der Anteil der Handys, bei denen Probleme auftreten, bei 9,5% liegt.	2(II)			
1.1.2	... bestimmt die Wahrscheinlichkeit, mit der dieses Handy vom Hersteller C stammt.	4(I)			
1.1.3	... untersucht, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein Anrufer bei der Hotline ein optisches Problem mit seinem Handy hat.	5(II)			
1.2.1	... erläutert den Aufbau der Formel, $P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k} \quad 0 \leq k \leq n$ und ihre Bedeutung im Anwendungskontext.	5(I)			
1.2.2	... bestimmt die Wahrscheinlichkeit, dass in der Datenbank gelistet sind.	8(II)			
1.3.1	... zeigt, dass die Datenbank den günstigsten Anbieter in höchstens 67 aller Fälle nennen darf, damit auf einem Signifikanzniveau von 5% das Misstrauen des Marktforschungsinstituts gerechtfertigt erscheint.	6(III)			
1.3.2	... erläutert für diesen Sachverhalt, was ein Fehler 2. Art (β -Fehler) bedeutet.	4(I)			
	... berechnet ihn, wenn tatsächlich nur in 70% der Fälle der günstigste Preis angegeben wird.	4(II)			
1.4.	... beweist, dass im Fall $n = 2$ für die Varianz gilt: $V(X) = 2 \cdot p \cdot (1-p)$.	7(III)			
Summe Aufgabe 1		45			



Aufgabe 2

	Anforderungen Der Prüfling...	Lösungsqualität			
		maximal erreichbare Punktzahl (AFB)	EK	ZK	DK
2.1	... beweist die Behauptung.	4(III)			
2.2.1	... beweist die Behauptung.	3(III)			
2.2.2	... beurteilt die allgemeine Gültigkeit der „Kürzungsregel“:	4(III)			
2.3	... bestimmt den Rest von 2^{293} bei der Division durch 13.	5(I)			
2.4	... bestimmt die letzte Ziffer von 3^{2003} .	4(I)			
2.5	... überprüft mit Hilfe einer Verknüpfungstafel für die Restklassenmultiplikation \odot in $\mathbb{Z}_6 \setminus \{0\}$, ob bei $(\mathbb{Z}_6 \setminus \{0\}, \odot)$ die folgenden Eigenschaften erfüllt sind: Abgeschlossenheit, Existenz eines neutralen Elements, Existenz inverser Elemente und Kommutativität.	6(II)			
2.6	... bestimmt den größten gemeinsamen Teiler in der Form $\text{ggT}(1246, 1834) = x \cdot 1246 + y \cdot 1834$ mit $x, y \in \mathbb{Z}$.	5(I)			
2.7.1	... zeigt, dass $P = (81, 2701)$ kein gültiger öffentlicher Schlüssel ist	4(III)			
2.7.2	... bestimmt die kleinste natürliche Zahl e_1 derart, dass $P_1 = (e_1, 2701)$ ein gültiger öffentlicher Schlüssel ist.	3(II)			
2.8	... bestimmt den geheimen Schlüssel S_2 und die ursprüngliche Nachricht, falls die chiffrierte Nachricht $C_2 = „195\ 759“$ lautet..	7(II)			
Summe Aufgabe 2		45			



Auswahlaufgabe 3

	Anforderungen Der Prüfling...	Lösungsqualität			
		maximal erreichbare Punktzahl (AFB)	EK	ZK	DK
3.1	... bestimmt, wie viele Personen sich voraussichtlich zum Zeitpunkt $t = 2$ in diesem Stadionbereich befinden werden.	3(I)			
3.2.1	... zeigt, dass für die Änderungsrate f' der Anzahl der Menschen in diesem Stadionbereich $f'(t) = (100 - 25 \cdot t) \cdot e^{-0,25 \cdot t + 1}$ gilt.	3(II)			
3.2.2	... bestimmt den Zeitpunkt t , zu dem sich voraussichtlich die meisten Personen in dem Stadionbereich befinden werden.	6(II)			
	...und gibt die maximale Personenanzahl an.	3(I)			
3.2.3	... berechnet, wann die Anzahl der Personen in diesem Stadionbereich am stärksten abnehmen wird.	4(II)			
3.2.4	... berechnet mit Hilfe eines numerischen Verfahrens den gesuchten Zeitpunkt t auf zwei Nachkommastellen genau.	4(II)			
	... beweist, dass es sich um den einzigen Zeitpunkt mit dieser Eigenschaft handelt.	8(III)			
3.3	... zeigt mit Hilfe der Integralrechnung, wie viele Personen sich durchschnittlich innerhalb der ersten 10 Minuten in dem Stadionbereich aufhalten werden.	6(III)			
3.4	... bestimmt mit Hilfe dieser Punkte die Gleichung der Regressionsgeraden.	8(I)			
Summe Aufgabe 3		45			

Summe Aufgabe 1 – 3	135			
---------------------	-----	--	--	--



Auswahlaufgabe 4

	Anforderungen	Lösungsqualität			
		maximal erreich- bare Punkt- zahl (AFB)	EK	ZK	DK
	Der Prüfling				
4.1.1	... skizziert exemplarisch den Verlauf der Graphen der Funktionenschar für $k = 1$, $k = 1,5$ und $k = 2$.	3(I)			
4.1.2	... erläutert mit Hilfe der Graphen die Bedeutung des Parameters k für die beschriebene Situation.	6(I)			
4.2.1	... zeigt rechnerisch, dass der Funktionswert an der lokalen Maximalstelle der Funktion f_k unabhängig von dem Parameter k ist...	6(II)			
4.2.2	... und interpretiert das Ergebnis für die beschriebene Situation.	3(III)			
4.3	... bestimmt dazu die Gleichung der Ortskurve der Wendepunkte.	8(II)			
4.4	... bestimmt den Parameter k derart, dass sich zum Zeitpunkt $t = 5$ in dem Stadionbereich 300 Personen befinden werden.	4(I)			
4.5	... bestimmt mit Hilfe der Integralrechnung, wie viele Personen sich in Abhängigkeit von dem Parameter k durchschnittlich innerhalb der ersten 10 Minuten voraussichtlich in dem Stadionbereich aufhalten werden.	5(II)			
4.6	... leitet k derart her, dass die Fläche zwischen dem Graphen der Scharkurve f_k und der x -Achse in dem Intervall $[0; 10]$ maximal wird.	10(III)			
Summe Auswahlaufgabe 4		45			
Summe Aufgabe 1 ,2 ,4		135			



b) Darstellungsleistung - aufgabenübergreifend

	Anforderungen	Lösungsqualität			
		maximal erreichbare Punktzahl (AFB)	EK	ZK	DK
	Der Prüfling...				
1.	stellt den Lösungsweg in strukturierter Form dar.	4			
2.	beachtet die Qualität der äußeren Form und hält formale Regeln ein.	4			
3.	verwendet Fachsprache und Fachsymbolik	4			
4.	fertigt Zeichnungen, Grafiken und Tabellen in angemessener Qualität an.	3			
Summe Darstellungsleistung		15			

	maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
Summe insgesamt (inhaltliche Leistung und Darstellungsleistung)	150			
Aus der Punktesumme resultierende Note				
Note <i>(ggf. unter Absenkung um ein bis zwei Notenpunkte gem. § 8 (4), APO-BK, Anlage D)</i>				
Paraphe				

Die Klausur wird abschließend mit der Note

_____ (_____ Notenpunkte)

bewertet.

Datum Unterschrift (EK)

Datum Unterschrift (ZK)

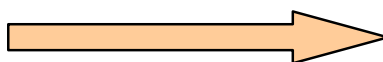
Datum Unterschrift (DK)



Notenfindung

% - Anteil erbrachter Leistung		Noten- Punkte	Notenstufen	Rohpunkte	
von	bis			von	bis
95%	100%	15	sehr gut plus	143	150
90%	< 95%	14	sehr gut	135	142
85%	< 90%	13	sehr gut minus	128	134
80%	< 85%	12	gut plus	120	127
75%	< 80%	11	gut	113	119
70%	< 75%	10	gut minus	105	112
65%	< 70%	9	befriedigend plus	98	104
60%	< 65%	8	befriedigend	90	97
55%	< 60%	7	befriedigend minus	83	89
50%	< 55%	6	ausreichend plus	75	82
45%	< 50%	5	ausreichend	68	74
39%	< 45%	4	ausreichend minus	59	67
33%	< 39%	3	mangelhaft plus	50	58
27%	< 33%	2	mangelhaft	41	49
20%	< 27%	1	mangelhaft minus	30	40
0%	< 20%	0	ungenügend	0	29

maximal erreichbare Gesamtpunktzahl



150